

Doktorarbeit, Dipl.- Ing. Helmuth Johrend
“Mechanische Festigkeit der Hochgeschwindigkeitsrotoren”
(Kurzfassung)

Projektierung, Herstellung, Verwendung und Recycling einer Maschine setzen neben anderen Aspekten eine mathematische Modellierung der mechanischen Beanspruchung voraus, einen sehr komplexen und aufwendigen Prozess. Diese Arbeit von Wissenschaftlern und Konstrukteuren, die durch Simulationen von verschiedenen Problemen und praktischen Aspekten unter anderem auch das Preis-Leistungs-Verhältnis optimieren, wird erst später mittels eines kompetitiven Produkts auf dem Markt kompensiert. Nicht zu vernachlässigen ist der didaktische Aspekt der Ingenieur-Schule, der in jedem korrekten Modell vorhanden ist und zusätzlich als potentiell wertvolles Beispiel für ähnliche Fälle für andere Generationen von Ingenieuren, Modernisierung oder sogar wichtige Änderungen der vorhandenen Maschinen und Systeme dienen sollte.

Die unendliche Verschiedenheit der Formen und konstruktiven Lösungen des mechanischen Ingenieurwesens könnten die Studien (bezüglich der Modellierung) sehr arbeitsintensiv machen, was in der Realität durch die Vereinfachung der realistischen Bedingungen bis zu einem Minimum der typischen Elemente, die in diversen Kombinationen trotzdem zu mehreren Maschinenlösungen führen, nicht passieren darf. Als Folge wurde das Fachgebiet „Maschinenorgane“ als Bestandteil des mechanischen Ingenieurwesens entwickelt, um solche Situationen zu vermeiden bzw. zu optimieren. Die theoretische Studie einer Maschine, unabhängig von der Komplexität, setzt die Identifizierung der Komponenten und die analytische Modellierung mittels der Konzepte und Methoden der Festigkeitslehre und Maschinenorgane voraus. Es ist nicht zu vernachlässigen, dass die mechanische Studie einer Maschine durch den Bewegungszustand und die Interaktionen der Komponenten noch komplizierter wird.

Von Anfang an, als sich der Autor für die auf Zentrifugen bezogene Studie entschieden hat, wollte er sich gleichzeitig ganz bewusst mit der Komplexität der multiplen Aspekte konfrontieren, die berücksichtigt werden sollten, um das physisch-mathematische Modell zu evaluieren und zu korrelieren. Das physisch-mathematische Modell sollte letztendlich die Quantifikation der Realität ermöglichen. Eine wichtige Entscheidung des Studiums war die richtige Wahl zwischen der „exakten Lösung“ und der „vereinfachten Lösung“. Es wurde am Ende des Studiums festgestellt, dass das folgende richtige Schema die Lösung des Problems ist: eine komplexe Modellierung (Definition von mehreren einzelnen Parametern) mit dem Resultat eines erweiterten Modells, das nachträglich stufenweise und rationell vereinfacht wird, so dass letztendlich ein Endmodell mit Kompromissen zwischen „sehr genau“ und „einfach“ entsteht.

Als spezielles Studienobjekt wurden die Anwendungen der Zentrifugen in der mechanischen Fest-Flüssig-Trennung analysiert. Demzufolge wird in Kapitel 1 die Zentrifuge als Hauptapparat für die mechanische Fest-Flüssig-Trennung in der Pharma-Industrie mit der Erwähnung der spezifischen und konkreten Aspekte präsentiert. Der Zentrifugationsprozess ist stark mit der generierten Druckdifferenz verbunden, die die Separationselemente des Verfahrensraums einer Zentrifuge beansprucht. Aus diesem Grund wird zusätzlich in Kapitel 1 die mathematische Modellierung des Trennprozesses mit der aus verschiedenen Situationen resultierenden Druckdifferenz präsentiert.

Es werden auch generell verschiedene Typen von Zentrifugen vorgestellt, um einen Eindruck über die bestehenden technischen Lösungen des Bereiches mit Leistungen und spezifischen Schritten des Zentrifugationsprozesses zu erhalten. Die Beschreibung der konstruktiven Lösungen wird mit den Wahlkriterien für die Zentrifugen, abhängig von den richtigen Anwendungen, vervollständigt.

Am Ende von Kapitel 1 werden die spezifischen konstruktiven Elemente von verschiedenen Zentrifugentypen präsentiert. Damit wird sehr präzise das Objekt des Studiums bzw. Analyse und Modellierung, definiert. Sehr suggestiv ist das konstruktive Schema von Bild 1, womit die wichtigsten Elemente einer StülpfILTERZENTRIFUGE als Studienobjekt bzw. Rotor 1 (Trommel) und Rotor 2 (Trommeleinsatz) repräsentiert werden. Diese verwendeten konstruktiven Elemente sind mechanische Systeme unter Rotationsbewegung und dienen als Basis für die Erklärung des Studiums.

In Kapitel 2 werden die elementaren Komponenten, Bestandteil der Rotoren, als zylindrischer dünner Mantel und dünne Scheiben mit symmetrischer Beanspruchung (Konzentrierung und Verteilung) identifiziert. In diesem Kapitel werden mehrere theoretischen Modalitäten für fünf Fälle (1- rotierende dünne Scheibe, zentrifugal belastet, 2- zylindrischer Behälter mit dünnen Wänden unter Innendruck und ohne Moment-Beanspruchung, 3- zylindrischer Mantel unter Innendruck und Moment-Beanspruchung, 4- Rohr mit dicken Wänden unter Rotation mit zentrifugaler und Druck-Beanspruchung, 5- Rundplatte mit einem transversal variablen linearen Druck beansprucht).

In allen Schematisierungsfällen wird sehr ähnlich gedacht: es wird zuerst die Differentialgleichung der Verformung bestimmt, diese Gleichung wird integriert, es werden die mechanischen Spannungen als Funktion der Verformung definiert und letztendlich die Integrationskonstanten abhängig von den Randbedingungen determiniert.

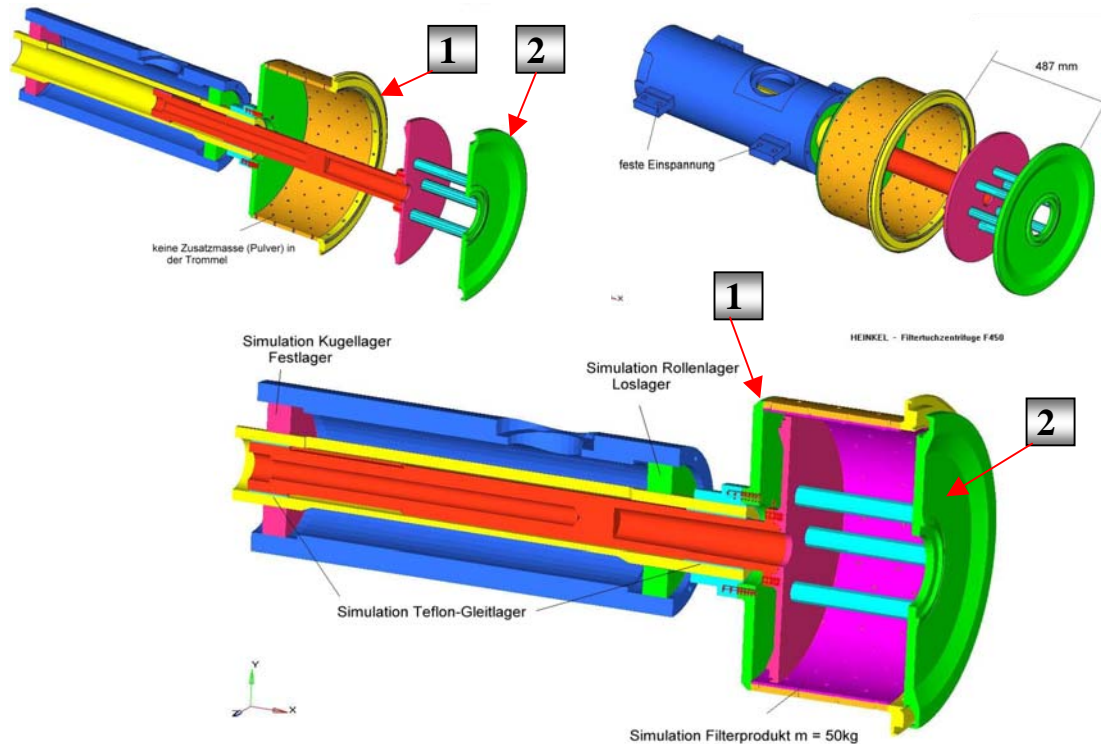


Bild 1. Wichtige Elemente einer Stülfilterzentrifuge (Trommel, Trommeleinsatz und Welle)

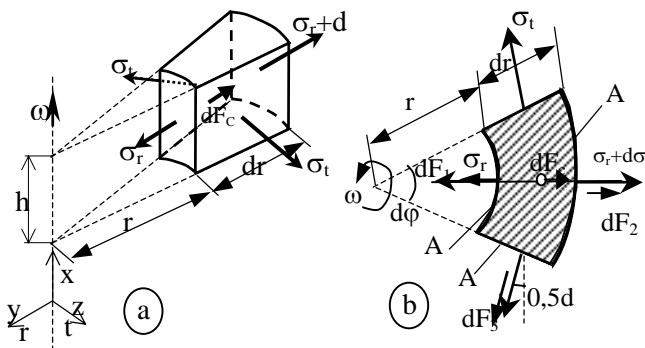


Bild 2. Schema der rotierenden Scheibe
a-isoliertes Element, b-Ansicht von oben

Am Ende erreicht man dadurch die Funktionen der Variation der Verformung und Spannungen auf die Fläche der Platte bezogen.

Die Modellierung der 5 Fälle ergibt sich wie folgt:

1. Rotierende dünne Scheibe: gemäß Schema von Bild 2 wird ein Element isoliert, und aus den Gleichgewichtsbedingungen resultieren die Differentialgleichungen für die Spannungen (1) und die radiale Verformung (2):

$$r \cdot \frac{d\sigma_r}{dr} + (\sigma_r - \sigma_t) = -(\rho \omega^2) r^2. \quad (1),$$

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{1}{r^2} u = \frac{(1-\nu^2) \rho \omega^2}{E} r. \quad (2);$$

und die Lösung (3) für die Verformung u und die Spannungen σ_r, σ_t (4):

$$u(r) = \frac{(3+\nu)(1-\nu^2)\rho\omega^2}{8E} \left[\left(\frac{R_1^2 + R_2^2}{1-\nu} \right) \frac{1}{r} + \left(\frac{R_1^2 R_2^2}{1+\nu} \right) \cdot r - \left(\frac{1}{3+\nu} \right) \cdot r^3 \right]. \quad (3)$$

$$\sigma_r = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left[(R_1^2 + R_2^2) - (R_1^2 R_2^2) \cdot \frac{1}{r} - r^2 \right],$$

$$\sigma_t = \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \left[(R_1^2 + R_2^2) + (R_1^2 R_2^2) \cdot \frac{1}{r} - \left(\frac{1+3\nu}{3+\nu} \right) \cdot r^2 \right]. \quad (4)$$

2. Dünnwandiger Behälter unter Druck (Theorie ohne Moment): das Schema der elementaren Fläche in zwei Projektionen wird im Bild 3 präsentiert. Die resultierende Gleichung aus den Gleichgewichtsbedingungen des Elements ist (5):

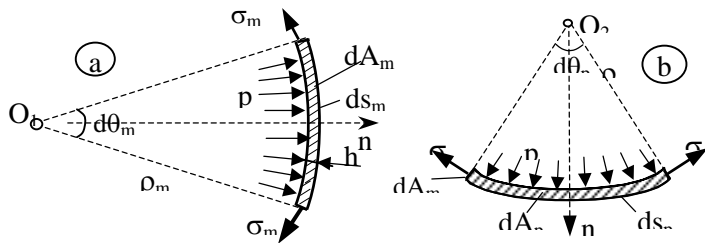


Bild 3. Schema der elementaren Fläche
a-Ansicht transversal, b-Ansicht axial

Anhand der Gleichgewichtsbedingungen resultieren die Differentialgleichungen (7):

$$dt_1 + p_t dx = 0, \quad \frac{dq}{dx} = p_n - \frac{t_2}{R}, \quad q \cong \frac{dm_1}{dx}. \quad (7)$$

Die Differentialgleichung für die Verformung ist (8):

$$w^{IV} + 4k^4 w = \frac{p_n}{H} - \nu \frac{t_1}{RH}. \quad (8) \quad k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}}, \quad H = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)},$$

Die Lösung der Differentialgleichung ist (9):

$$w(x) = w_1(x) + w_2(x) + w_0(x), \quad (9)$$

$$w_1(x) = e^{-kx} (C_1 \sin kx + C_2 \cos kx), \quad w_2(x) = e^{kx} (C_3 \sin kx + C_4 \cos kx).$$

Die Spannungen werden mit den Gleichungen (10) berechnet:

$$\sigma_{1\max\min} = \frac{t_1}{h} \pm \frac{6m_1}{h^2}, \quad \sigma_{2\max\min} = \frac{t_2}{h} \pm \frac{6m_2}{h^2}. \quad (10)$$

$$m_1 = H \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad m_2 = \nu H \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad t_2 = \frac{E h}{R} w + \nu t_1, \quad t_1 = \int_0^l p_t dz.$$

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_p}{\rho_p} = \frac{p}{h}. \quad (5)$$

Die Spannungsgleichungen in der Wand für Behälter mit dünnen Wänden sind (6):

$$\sigma_p = p \frac{R}{h}, \quad \sigma_m = p \cdot \frac{R}{2h}. \quad (6)$$

3. Zylindrischer Mantel unter Innendruck: gemäß Bild 4.

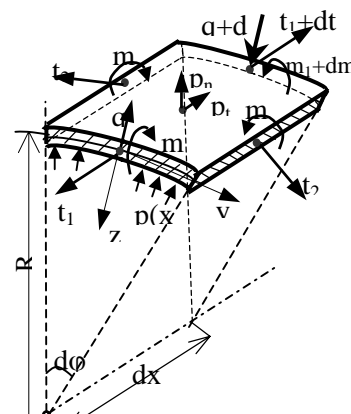


Bild 4. Schema der elementaren Fläche

4. Dickwandiges Rohr unter Rotation und Innendruck: das Berechnungsschema ist in Bild 5 dargestellt:

Die Differentialgleichungen für die Spannungen sind (11):

$$\frac{d(\sigma_r + \sigma_t)}{dr} = -\frac{\rho \omega^2}{1-\nu} \cdot r, \quad \frac{d(\sigma_r \cdot r^2)}{dr} = -\frac{(3-2\nu)\rho \omega^2}{2(1-\nu)} \cdot r^2 + C_1, \quad (11)$$

Die Lösungen der Gleichungen (11) ermöglichen die Determinierung der Spannungen als Funktion der zentrifugalen Beanspruchungen mit den Gleichungen (12):

$$\sigma_r = -\frac{(3-2\nu)\rho \omega^2}{2(1-\nu)} \cdot r^2 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{r^2}. \quad (12)$$

$$\sigma_t = \frac{C_1}{2} - \frac{C_2}{r^2} - \frac{(1+2\nu)\rho \omega^2}{8(1-\nu)} \cdot r^2.$$

Bild 5. Schema des elementaren Volumens

5. Rundplatte mit transversalem variablen Druck beansprucht: das Schema der runden deformierten Platte wird in Bild 6 mit den folgenden Differentialgleichungen der Verformung (13) dargestellt:

$$\frac{1}{r_n} = -\frac{d^2 w}{dr^2} = \frac{d\varphi}{dr}, \quad \frac{1}{r_t} = -\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} = \frac{\varphi}{r}. \quad (13)$$

Die Differentialgleichung der Verformung als Funktion des Druckes ist (14):

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \cdot \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dw}{dr} \right) \right] \right\} = \frac{p(r)}{H}. \quad (14)$$

Die Lösungen der Gleichung bei konstantem Druck (14) sind (15):

$$w(r) = \frac{p r^4}{64 H} + \frac{C_1}{4} r^2 + C_2 \ln \frac{r}{R_2} + C_3; \quad (15)$$

$$\varphi(r) = \frac{dw}{dr} = \frac{p r^3}{16 H} + \frac{C_1}{2} r + \frac{C_2}{r}.$$

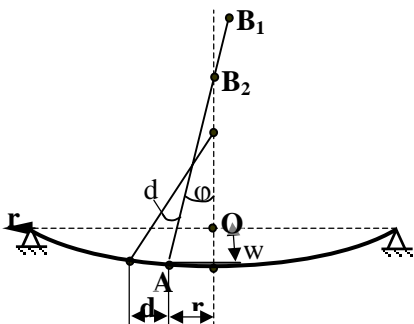


Bild 6. Schema der Platte

Die Spannungen in der Platte können mit den Gleichungen (16) berechnet werden:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{d\varphi}{dr} + \nu \cdot \frac{\varphi}{r} \right) \cdot z, \quad \sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\varphi}{r} + \nu \cdot \frac{d\varphi}{dr} \right) \cdot z. \quad (16)$$

Am Ende von Kapitel 2 wird das Objekt des Studiums präziser definiert. In Bild 7 werden die Rotoren als Hauptelemente einer Stülpfilterzentrifuge, gleichzeitig mit dem dazugehörigen Modell Bild 8 komplettiert, präsentiert.

In Kapitel 3 werden die Spannungen und Verformungen des Rotors 2 analysiert. Die laterale Ansicht des Rotors wird in Bild 9 mit den geometrischen spezifischen Parametern in Bild 10 präsentiert.

Der Rotor besteht aus zwei elementaren Körperkategorien: Stab-Typelemente (Verbindungsbolzen der

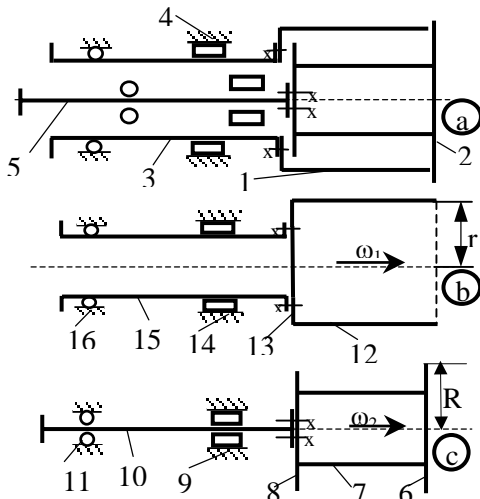


Bild 7. Schema der Rotoren der Zentrifuge;
1-Hauptrotor, 2-sekundärer Rotor

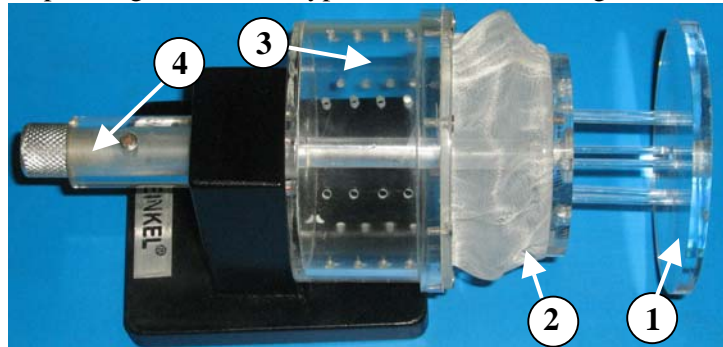


Bild 8. Modell der studierten Zentrifuge
1-sekundärer Rotor, 2-Filtertuch, 3-Hauptrotor

Scheiben, Welle) und Platten-Typelemente (die Scheiben). Die Verbindung der Elemente ist als starr und fest fixiert zu betrachten, was die individuelle statische Analyse der Komponenten stark erschwert.

Die Belastungen sind vom Typ her uniform verteilt in der Masse der Elemente als Folge der Zentrifugalbeschleunigung mit der Vernachlässigung der eigenen Masse. Durch die einzelne Rotationsachse und die gleichmäßige Verteilung der Masse an der Achse ist die Definition der Zentrifugalkräfte relativ einfach. Zusätzlich haben die Komponenten des Rotors eine einfache Geometrie gleichmäßig und günstig verteilt (parallel/senkrecht). Wenn die Definition der Belastungen nicht sehr schwer ist, ist im Gegenteil die Analyse der Beanspruchungen durch den verteilten und variablen Charakter der Zentrifugalbelastungen sehr kompliziert.

Eine zusätzliche Komplikation wird durch das statisch unbestimmt interne System generiert mit Berechnungslösungen, die abhängig von komplexen Modellierungen sind. Die einzige Vereinfachung der Beanspruchungsanalyse ergibt sich durch die überaus günstige zylindrische Symmetrie der mechanischen Struktur. Der räumliche Charakter des Rotors erschwert die mechanische Modellierung sowohl der Belastungen als auch der Beanspruchungen. Neben einer Analyse des Spannungszustandes in der führenden Pläne war die Feststellung höchst ungünstiger Positionen (Kombinationen) der Modellierungselemente eine Hilfe bei der Lösung des Problems. Das konkrete Verhalten der mechanischen Struktur ist von verschiedenen Faktoren abhängig, die sehr oft widersprüchlich das System beeinflussen. Aus diesem Grund ist das Verhalten der mechanischen Struktur sehr schwer zu beurteilen. Es wurde festgestellt, dass ein Weg zur richtigen

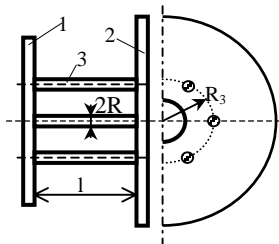


Bild 9. Schema des Rotors

1-Scheibe an der Welle fixiert, 2-freie Scheibe, 3-Bolzen

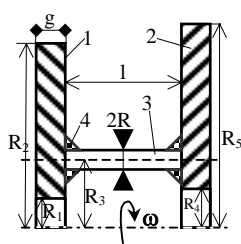


Bild 10. Schnitt des Rotors

1,2-Scheiben, 3-Bolzen, 4-Schweißnaht

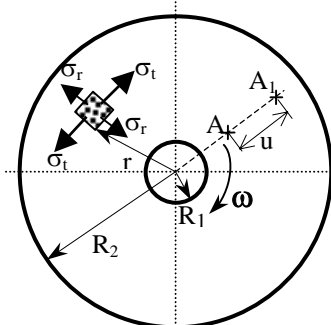


Bild 11. Schema der mechanischen Spannungen

Beurteilung der Funktionalität des Rotors durch eine quantitative Analyse der Spannungen und Verformungen der Struktur erfolgen kann. D. h., es werden primär die Komponenten des Rotors bezüglich der mechanischen Festigkeit separat analysiert und letztendlich wird die ganze Struktur, als Einheit betrachtet, nochmals analysiert. Um die Untersuchung, wie vorgeschlagen, zu vereinfachen, werden nachfolgend die Komponenten des Rotors bzw. die Scheiben, die Bolzen und die Welle separat für die Analyse betrachtet.

Gemäß der Planzustandsspannungshypothese Bild 11 sind die Berechnungsgleichungen für die Spannungen und Verformungen (17) folgende:

$$\sigma_r(r) = \frac{E}{1-\nu^2} \left[(1+\nu)A - \frac{(1-\nu)}{r^2} \cdot B \right] - \frac{(3+\nu)\rho\omega^2}{8} \cdot r^2, \quad (17)$$

$$\sigma_t(r) = \frac{E}{1-\nu^2} \left[(1+\nu)A + \frac{(1-\nu)}{r^2} \cdot B \right] - \frac{(1+3\nu)\rho\omega^2}{8} \cdot r^2, \quad u(r) = \left(Ar + \frac{B}{r} \right) - \frac{(1-\nu^2)\rho\omega^2}{8E} \cdot r^3.$$

Die Scheibe ist starr und fest an der Welle fixiert und daraus resultieren die Integrationskonstanten von (17) als (18):

$$A = \frac{1-\nu^2}{8E} \cdot \rho\omega^2 \frac{(1-\nu)R_1^4 - (3+\nu)R_2^4}{(\nu-1)R_1^2 - (\nu+1)R_2^2}, \quad B = \frac{\nu^2-1}{8E} \cdot \rho\omega^2 R_1^2 R_2^2 \frac{(1+\nu)R_1^2 - (3+\nu)R_2^2}{(\nu-1)R_1^2 - (\nu+1)R_2^2}. \quad (18)$$

Für den einzelnen Fall (Drehzahl 4000 rot/min) kann man den Wechsel der Spannungen abhängig vom Radius in Bild 12.a feststellen. Der Wechsel der Spannungen, abhängig vom Radius der freien Scheibe, wird in Bild 12.b mit den entsprechenden Gleichungen (19) dargestellt.

$$u(r) = \frac{\rho\omega^2}{8E} (3+\nu)(1-\nu^2) \left[\frac{R_1^2 R_2^2}{1-\nu} \frac{1}{r} + \frac{R_1^2 + R_2^2}{1+\nu} \cdot r - \frac{1}{3+\nu} \cdot r^3 \right], \quad (19)$$

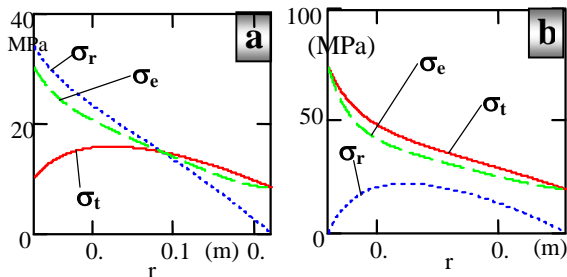


Bild 12. Spannungen der Scheiben 2
a-Scheibe 1, b-Scheibe 2

$$\sigma_r(r) = \frac{\rho\omega^2}{8} (3+\nu) \left[(R_1^2 + R_2^2) - \frac{R_1^2 R_2^2}{r^2} - r^2 \right],$$

$$\sigma_t(r) = \frac{\rho\omega^2}{8} (3+\nu) \left[(R_1^2 + R_2^2) + \frac{R_1^2 R_2^2}{r^2} - \frac{(1+3\nu)}{3+\nu} \cdot r^2 \right].$$

Die Bolzen sind starr an den Scheiben fixiert und werden durch eine querliegende uniform verteilte Kraft q beansprucht. Gemäß Bild 13.b sind die Bolzen statisch unbestimmt beansprucht und in Bild 13.c dargestellt. Die Unbestimmtheit wird wie folgt gelöst:

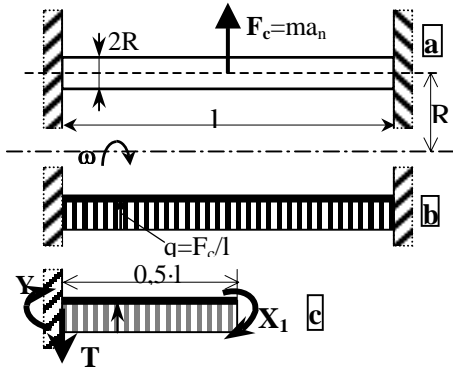


Bild 13. Berechnungsschema
a-Schnitt, b-Berechnungsschema,
c-Basissystem

$$M_0 = 0,5qx^2, \quad m_1 = -1, \quad d_{11} = \int m_1^2 dx = \int_0^{0,5l} dx = 0,5l,$$

$$d_{10} = - \int_0^{0,5l} qx^2 dx = - \frac{q \cdot l^3}{48}, \quad X_1 = - \frac{d_{10}}{d_{11}} = \frac{ql^2}{24}.$$

$$T = 0,5ql, \quad Y = \frac{ql^2}{12}, \quad R = \sqrt[3]{\frac{ql^2}{3\pi\sigma_a}}.$$

Die Reaktionen T und Y werden zuerst bestimmt, womit die Bolzen dimensioniert (R) werden können.

Die Bolzen sind an den Scheiben durch Schweißnähte fixiert. Es wurden zwei Typen von Schweißnähten für die Festigkeitsberechnung Bild 14 und 15 berücksichtigt. Die mechanische Spannung in der Schweißnaht ist:

- Variante 1: $\sigma_m = \frac{ql^2}{3\pi} \cdot \frac{R+a}{(R+a)^4 - R^4 + 0,5kR^4}, \quad k = \frac{E_2}{E_1};$
- Variante 2: $\sigma_m = \frac{ql^2}{3\pi} \cdot \frac{R+a}{(R+a)^4 - (R-1,4a)^4 + 0,5k(R-1,4a)^4}.$

Die Höhe der Schweißnaht wird durch Gleichung (20) berechnet:

$$a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (20)$$

Die Koeffizienten, abhängig von der Schweißvariante, sind:

- Variante 1: $a_4 = 1, \quad a_3 = 4Rl, \quad a_2 = 6R^2, \quad a_1 = 4R^3 - \frac{ql^2}{3\pi\sigma}, \quad a_0 = \frac{kR^4}{2} - \frac{ql^2R}{3\pi\sigma}.$

o Variante 2: $a_4 = \frac{2401k - 3552}{1250}$, $a_3 = \frac{-2(343k - 936)R}{125}$, $a_2 = \frac{3(49k - 48)R^2}{25}$,
 $a_1 = -\frac{42\pi\sigma k R^3 - 144\pi\sigma R^3 + 5ql^2}{15\pi\sigma}$, $a_0 = \frac{(3k\pi\sigma R^3 - 2ql^2)R}{6\pi\sigma}$.

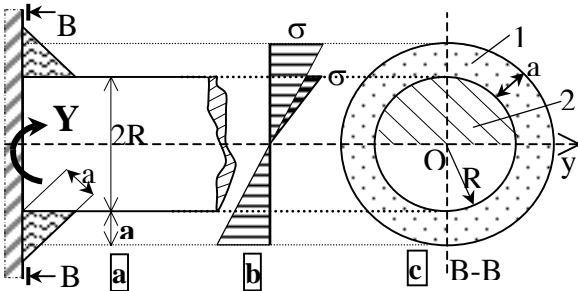


Bild 14. Schematisierung der Schweißnaht und der mechanischen Spannungen
a-Längsschnitt, b-Spannungen in Plan B-B, c-Beanspruchter Schnitt B-B

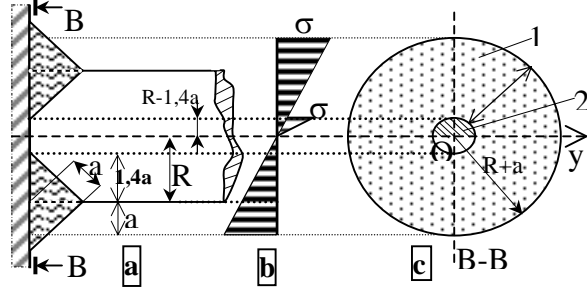


Bild 15. Schematisierung der Schweißnaht und der mechanischen Spannungen
a-Längsschnitt, b-Spannungen in Plan B-B, c-Beanspruchter Schnitt B-B

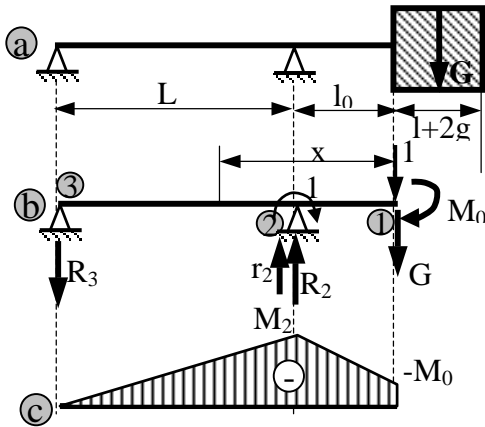


Bild 16. Statisches Schema der Welle doppelt gestützt (Variante 1)
a - Geometrie, b - Beanspruchung, c - Diagramm des Moments.

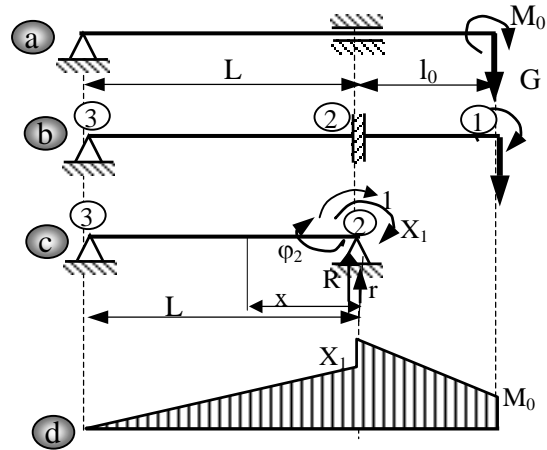


Bild 17. Berechnungsschema der Welle mit einem Rollenlager (Variante 2)
a - mechanisches, b - statisches, c - Grund System, d - Diagramm des Moments

Die Wellen der Rotoren werden nach zwei Varianten berechnet, abhängig von der Lagerungsart; Welle mit Rollenlagern (Variante 1) bzw. Welle mit einem Rollenlager und einem Zylinderrollenlager (Variante 2). Das Schema der Festigkeitsberechnung für die beiden Varianten ist in Bild 16 und Bild 17 dargestellt. Die Festigkeitsberechnung für Variante 1 bzw. die maximale Spannung anhand des Schemas auf Bild 16, wird wie folgt definiert (21):

$$R_2 = \frac{M_0 + G(L + l_0)}{L}, \quad R_3 = R_2 - G. \quad M_{12} = -M_0 - G \cdot x, \quad M_{23} = -M_0 - G \cdot x + R_2(x - l_0).$$

$$M_2 = -M_0 - G \cdot l_0, \quad W_y = \frac{\pi d^3}{32}, \quad \sigma_{\max} = \frac{M_2}{W_y} \leq \sigma_a. \quad (21)$$

Die Welle der Variante 2 ist statisch unbestimmt und die Lösung der Unbestimmtheit mit der Überprüfung der Festigkeit wird anhand des Schemas in Bild 17 definiert (22):

$$m(x) = -1 + r \cdot x, \quad r = \frac{1}{L}, \quad R_2 = \frac{M_0 + G(L + l_0)}{L}, \quad M(x) = -M_0 - G(l_0 + x) + R_2 \cdot x,$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{EI} \int m \cdot M dx = \frac{1}{EI} \int_0^L [-M_0 - G(l_0 + x) + R_2 x](-1 + r \cdot x) dx, \quad \varphi_2 = \frac{L}{3EI} (M_0 + G l_0).$$

$$X_1 = \frac{k \varphi_2}{d_{11}} = k (M_0 + G l_0). \quad \sigma_{\max} = \frac{M_2}{W_y} \leq \sigma_a. \quad (22)$$

Als nächstes wird die Verformung der Welle laut Schema in Bild 18 dynamisch geprüft. Die kritische Drehzahl ist (23):

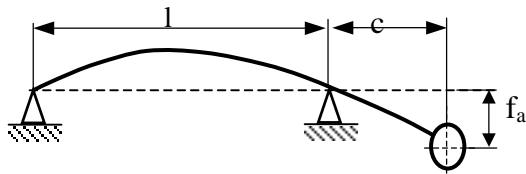


Bild 18. Berechnungsschema der kritischen Drehzahl

$$n_{c1} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{3EI}{m(l+c)c^2}} \quad (23)$$

In dem Fall der untersuchten Rotoren (Verifizierung) sind die eigenen Frequenzen $n_{c1} = 18460$ rot/min und $n_{c2} = 8417$ rot/min deutlich größer als die Drehzahl der Wellen der Rotoren $n=4000$ rot/min.

Weil innerhalb von Kapitel 3 die Beeinflussungen von allen Beanspruchungen nicht sehr detailliert analysiert wurden (die Beanspruchung in axialer Richtung wurde vernachlässigt), wird in Kapitel 4 die Festigkeitsanalyse von Rotor 2 zusätzlich durch die „Methode der Finiten Elemente“ MFE erneut analysiert. Das Schema für die Analyse mit der Methode der Finiten Elemente wird in Bild 19 mit dem entsprechenden Diskretisierungsnetz von Bild 20 gezeigt.

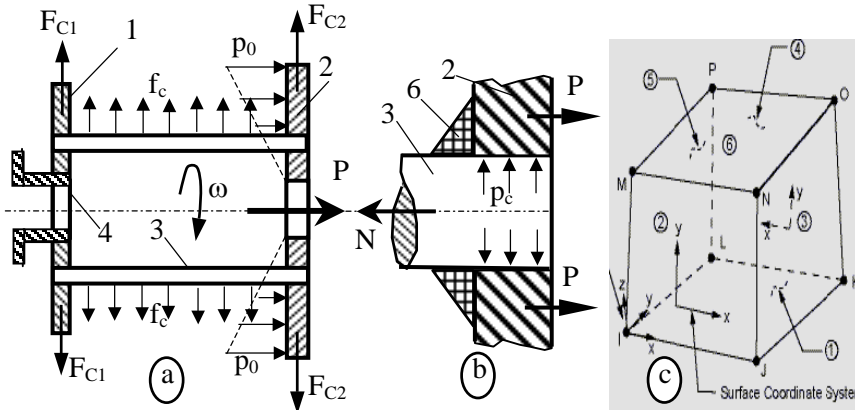


Bild 19 Berechnungsschema und Diskretisierung
a-Schema der Konstruktion und Beanspruchungen des Rotors 2,
b-Schweißschema der Bolzen, c-Typ der Finiten Elemente

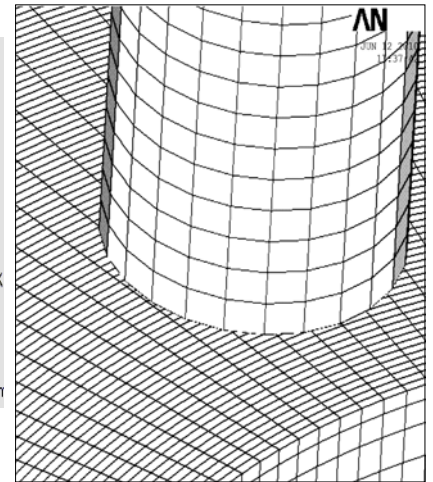


Bild 20 Diskretisierungsnetz

Für dieses Studium wurde die akademische Version des Programms ANSYS Version 11.0 der Universität Craiova (Fakultät für Mechanik) verwendet. Es wurde festgestellt, dass das detaillierte Studium des Spannungszustandes durch die Methode der Finiten Elemente des Rotors 2 sehr aufwendig ist (Berechnungsvolumen, Konstruktive Varianten, Berechnungsfälle, etc.) und demzufolge wurde entschieden, eine MFE Analyse durchzuführen, die überwiegend den qualitativen Aspekt gegenüber dem quantitativen Aspekt in Bezug auf Spannungen und Verformungen darstellt. Die Zahl der Elemente und Knoten nach der Diskretisierung sind für sechs Berechnungsfälle in den Protokollen des Programms ANSYS im Bild 4.8 präsentiert. Die Zahl der Elemente liegt zwischen 5.037 und 264.556 und für die entsprechenden Knoten zwischen 16.760 und 284.427.

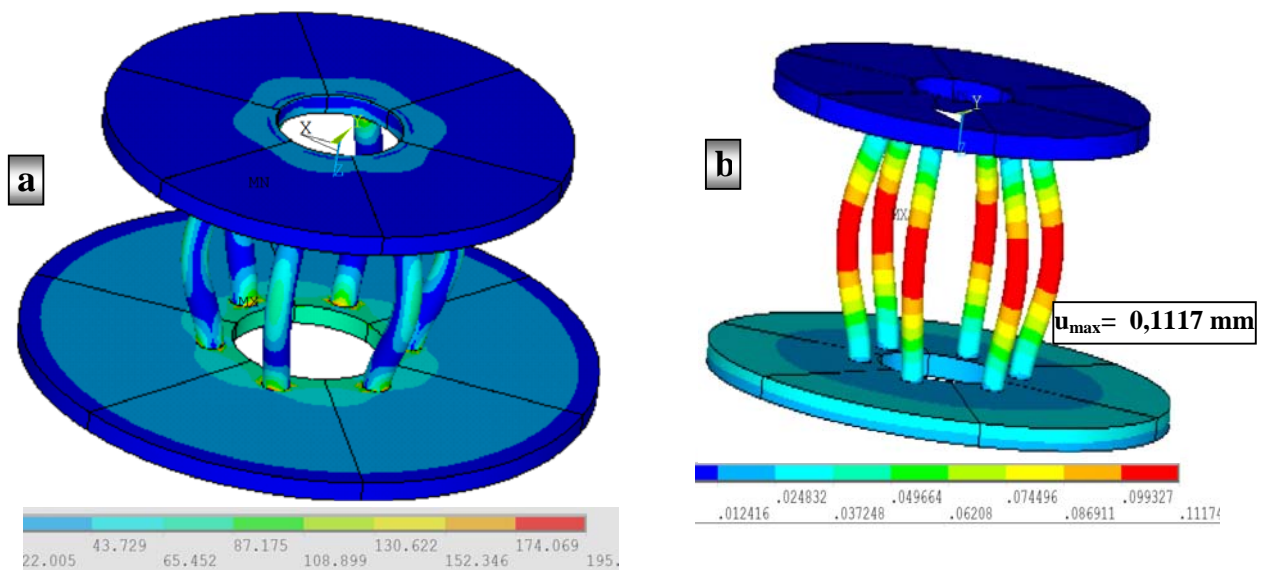


Bild 21. Spannungen und Verformungen des Rotors 2 zentrifugal beansprucht
a- Equivalente Spannung nach von Mises, b-Verformungen des Rotors

Da die Berechnung mit der Methode der Finiten Elemente nur in einem realistischen Fall durchgeführt werden kann, wurden die spezifischen Parameter des Rotors wie Radius, Durchmesser von

Bolzen und Scheiben, Drehzahlen, etc. verwendet. Aus der Betrachtung des Rotors als massiv und nur durch Zentrifugalkräfte beansprucht, resultieren die Spannungs- und Verformungszustände von Bild 21. Man kann tendenziell feststellen, dass in der Verbindungszone der Bolzen mit den Scheiben eine Erhöhung der Spannungswerte stattfindet, wie in Bild 22 abgebildet.

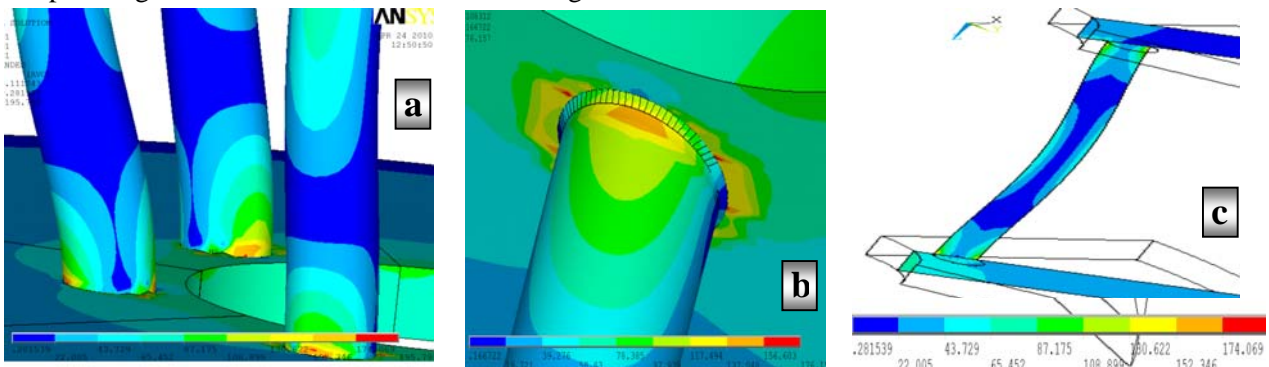


Bild 22. Spannungen in der Verbindungszone Bolzen-Scheiben (zentrifugale Beanspruchung)
a-Zone Bolzen- Scheibe 2, Rotor massiv (Fall 1), b- Zone Bolzen- Scheibe 2, Fall 2, c-Schnitt, Fall 1

Die mechanische Festigkeit des Rotors 1 wird in Kapitel 5 auch mit der Methode der Finiten Elemente zusätzlich analysiert. Zuerst wird die theoretische Basis der Methode mit der entsprechenden mathematischen Modellierung präsentiert. Der Mantel des Rotors wird für vier Beanspruchungsfälle untersucht:

- Fall 1 - Beanspruchung durch die erzeugte Zentrifugalkraft der eigenen Masse der Trommel
- Fall 2 - Beanspruchung durch die erzeugte Zentrifugalkraft der eigenen Masse der Trommel und der Suspensionsmasse.
- Fall 3 - Beanspruchung durch die erzeugte Zentrifugalkraft der Suspensionsmasse
- Fall 4 – ähnlich zu Fall 2, mit Unwucht.

Der Spannungszustand, für die vier Beanspruchungsfälle, wird im Bild 23 dargestellt (mit den Zonen der maximalen Beanspruchungen). Am Ende von Kapitel 5 wird der Schwingungsmodus des Systems auf Basis der Methode der Finiten Elemente analysiert.

Es wurde festgestellt, dass die kleinste eigene Frequenz der Welle einen Wert von 126,78 Hz hat und bei der maximalen akzeptierten Drehzahl der Zentrifuge von $n=4000$ rot/min, entsprechend einer Frequenz von 70 Hz, ca. zweimal kleiner als die eigene kritische Frequenz, kein Risiko für Resonanz besteht.

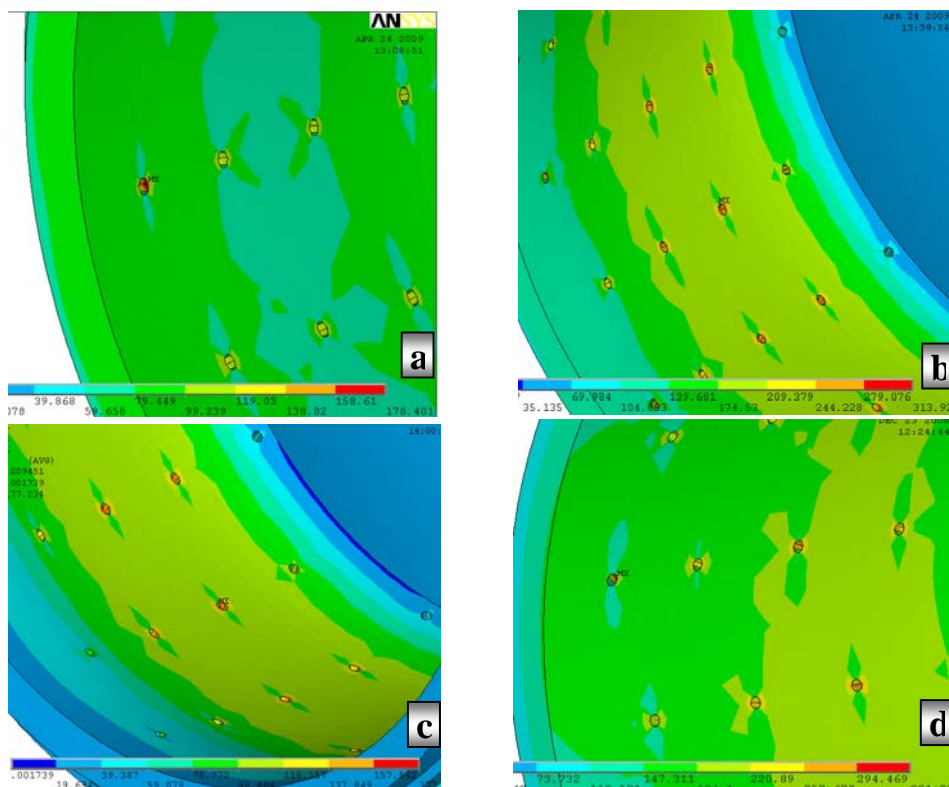


Bild 23.Spannungen nach von Mises im Rotor, die 4 Belastungsfälle
a-Fall 1, b-Fall 2, c-Fall 3, d-Fall 4

In Kapitel 6 wird die Trommel der Zentrifuge bzw. der Verfahrensraum, wo die mechanische Fest-Flüssig-Trennung stattfindet, analytisch durchleuchtet. Wegen der mechanischen Beanspruchungen und der komplexen und speziellen Konstruktion ist die Trommel der wichtigste Teil einer Zentrifuge, die die dynamischen Beanspruchungen erheblich beeinflusst. Weil generell die Wellen kein Problem bezüglich der mechanischen Festigkeit bereiten sollten (Organe die sehr bekannt und gut in der technischen Literatur analysiert sind), haben wir uns mit höchster Priorität auf das Studium der Trommel einer StülpfILTERZentrifuge die nicht in der einschlägigen Literatur behandelt wird, konzentriert. Eine erste Schematisierung der speziellen Trommel wird im Bild 24 präsentiert.

Für die Vereinfachung der Trommelanalyse wird die Trommel der Zentrifuge in einer dünnen Scheibe und einem zylindrischen Mantel mit entsprechender Geometrie, Beanspruchung und Stütze, wie im Bild 25, zerlegt bzw. getrennt präsentiert. Die mechanische Beanspruchung der Trommel wird analytisch durch die entsprechenden Spannungen und Verformungen, zunächst für die Komponente und letztendlich für das gesamte System, studiert.

Die dünne Scheibe als unabhängiges Element wird zentrifugal mit normaler Kraft auf der Kontur verteilt und mit einem linear wechselnden Druck beansprucht. Gemäß der Planzustandsspannungshypothese sind die Berechnungsgleichungen für die Spannungen in der dünnen zentrifugal beanspruchten Scheibe folgende (24):

$$\sigma_r = \frac{\rho\omega^2}{8}(R_2^2 - r^2) \left[(3+\nu) + (\nu-1)R_1^2 \frac{(1+\nu)R_1^2 - (3+\nu)R_2^2}{(\nu-1)R_1^2 - (\nu+1)R_2^2} \cdot \frac{1}{r^2} \right], \quad (24)$$

$$\sigma_t = -\frac{\rho\omega^2}{8} \left[(3\nu+1)r^2 - (\nu-1)R_1^2 R_2^2 \frac{(1+\nu)R_1^2 - (3+\nu)R_2^2}{(\nu-1)R_1^2 - (\nu+1)R_2^2} \cdot \frac{1}{r^2} - (1+\nu) \frac{(\nu-1)R_1^4 - (3+\nu)R_2^4}{(\nu-1)R_1^2 - (\nu+1)R_2^2} \right].$$

Die orthogonale Beanspruchung auf der Kontur, gemäß Schema in Bild 26.a, bestimmt die Spannungen (25):

$$\sigma_r = \frac{Eg}{2(1-\nu^2)} \left\{ \frac{f_a R_2}{4H} [2(3+\nu)\ln r - (1+\nu)] r^2 + \frac{3+\nu}{2} C_1 r^2 + (1+\nu) C_2 \right\}, \quad (25)$$

$$\sigma_t = \frac{Eg}{2(1-\nu^2)} \left\{ \frac{f_a R_2}{4H} [2(3+\nu)\ln r - (1+\nu)] r^2 + \frac{1+3\nu}{2} C_1 r^2 + (1+\nu) C_2 \right\}. \quad \tau_{\max} = \frac{3 f_a R_2}{2g} \cdot \frac{1}{r}.$$

Die Integrationskonstanten der Gleichungen (25) werden wie folgt kalkuliert (26):

$$C_1 = \frac{1}{2} \frac{f_a R_2}{H} \cdot \frac{2(1+\nu)R_1^2 \ln R_1 - 2(3+\nu)R_2^2 \ln R_2 - (1+\nu)R_1^2 + (1+\nu)R_2^2}{(R_1^2 - 3R_2^2) + (R_1^2 - R_2^2)\nu}, \quad (26)$$

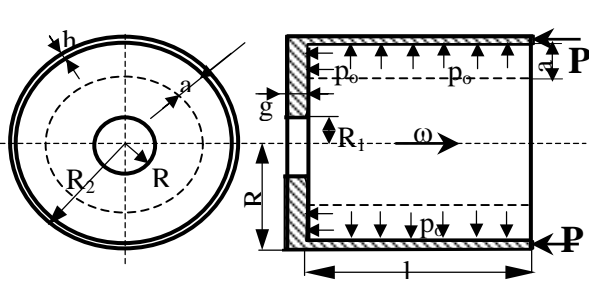


Bild 24. Schema des Mantels, Rotor 1

$$C_2 = \frac{1}{2} \frac{f_a R_1^2 \cdot R_2^3}{H} \cdot \frac{(3+\nu)\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) - 1}{(R_1^2 - 3R_2^2) + (R_1^2 - R_2^2)\nu},$$

$$C_3 = -\frac{1}{32} \frac{f_a R_1^4 \cdot R_2}{H} \cdot \frac{4(3+\nu)R_2^2 \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) - (1+n)R_1^2 + (n-1)R_2^2}{(R_1^2 - 3R_2^2) + (R_1^2 - R_2^2)\nu}.$$

Die Beanspruchung des variablen Drucks, gemäß Schema in Bild 26.c, erzeugt die Spannungen (27):

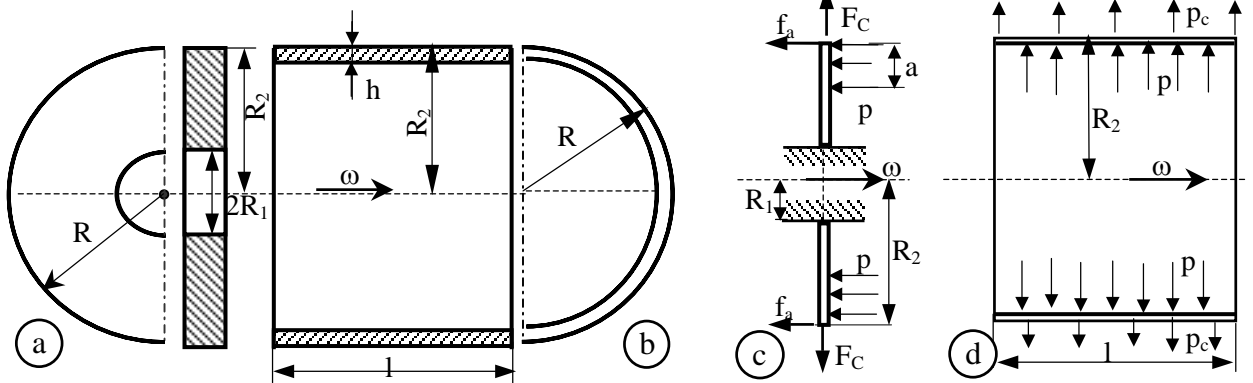


Bild 25. Schema der Zerlegung des Mantels und der Beanspruchungen
a-dünne Scheibe, b-zylindrischer Mantel, c-Belastung der Scheibe, d-Belastung des Mantels

$$\sigma_{r_{\max}} = \frac{E \cdot g}{2(1-\nu^2)} \left[\frac{1+\nu}{2} (P_0 - p_0 R_1^3) \ln r + \frac{2+\nu}{3} R_1^2 p_0 r + \frac{3+\nu}{8} R_1 p_0 r^2 + \frac{4+\nu}{15} p_0 r^3 + \frac{1-\nu}{4} P_0 + \frac{\nu-1}{4} R_1^3 p_0 + \frac{1+\nu}{2} C_1 + \frac{(\nu-1)}{r^2} C_2 \right], \quad (27)$$

$$\sigma_{t_{\max}} = \frac{E \cdot g}{2(1-\nu^2)} \left[\frac{1+\nu}{2} (P_0 - p_0 R_1^3) \ln r + \frac{1+2\nu}{3} R_1^2 p_0 r + \frac{1+3\nu}{8} R_1 p_0 r^2 + \frac{1+4\nu}{15} p_0 r^3 + \frac{\nu-1}{4} P_0 + \frac{1-\nu}{4} R_1^3 p_0 + \frac{1+\nu}{2} C_1 + \frac{(\nu-1)}{r^2} C_2 \right],$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2g} \left[\frac{P}{r} - p \left(1 - \frac{R_1}{r} \right) (r^2 - R_1^2) \right];$$

die Integrationskonstanten der Gleichungen (27) sind (28):

$$C_1 = \left\{ (P_0 - p_0 R_1^3) \cdot [(\nu-1)R_1^2 \ln R_1 - (\nu+1)R_2^2 \ln R_2] + \frac{1-\nu}{2} (R_1^2 - R_2^2) P_0 + \frac{31(\nu-1)}{20} R_1^5 p_0 - \frac{2(4+\nu)}{15} R_2^5 p_0 - \left(\frac{2(2+\nu)}{3} R_2 - \frac{1-\nu}{2} R_1 \right) R_1^2 R_2^2 p_0 - \frac{3+\nu}{4} R_1 R_2^4 p_0 \right\} \cdot \frac{1}{(\nu-1)R_1^2 - (1+\nu)R_2^2}, \quad (28)$$

$$C_2 = \left[\frac{1+\nu}{2} (P_0 - p_0 R_1^3) (\ln R_2 - \ln R_1) + \frac{1}{2} P_0 - \frac{41+21\nu}{40} R_1^3 p_0 + \frac{4+\nu}{15} R_2^3 p_0 + \left(\frac{2+\nu}{3} R_1 + \frac{3+\nu}{8} R_2 \right) R_1 R_2 p_0 \right] \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{(\nu-1)R_1^2 - (\nu+1)R_2^2},$$

$$C_3 = - \left[\frac{1}{4} (P_0 - p_0 R_1^3) (\ln R_1 - 1) R_1^2 + \frac{929}{7200} R_1^5 p_0 + \frac{R_1^2}{4} C_1 + C_2 \ln R_1 \right].$$

Die Variationen der Hauptspannungen bzw. der Equivalentsspannungen, abhängig vom Radius der dünnen Scheibe des Rotors 1, werden graphisch in Bild 27 wie folgt dargestellt; die zentrifugale Beanspruchung bestimmt die Spannungen von Bild 27.a, die Beanspruchung des Umfanges hat eine kleine Bedeutung laut Bild 27.b, und die größte Beanspruchung wird durch den variablen Druck gemäß Bild 27.c erzeugt.

Der zylindrische Teil der Trommel wird als dünnwandiger Rotationsmantel (Membrantheorie, ohne Moment) vereinfacht. Das Berechnungsschema mit den geometrischen Parametern und den Beanspruchungen sind in Bild 28 dargestellt. Der durch die Masse der Suspension und die Masse des zylindrischen Mantels erzeugte Zentrifugaldruck wird wie folgt

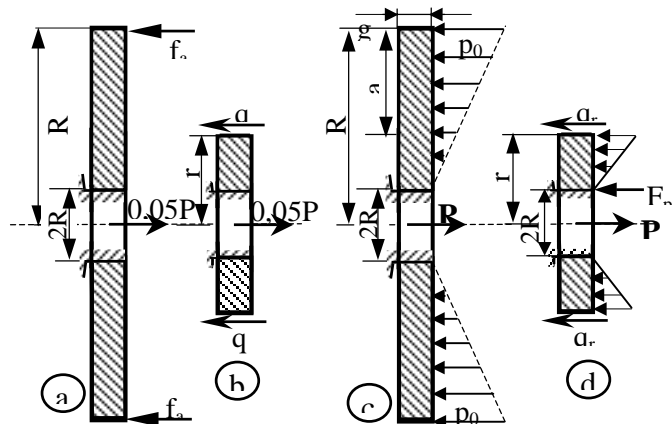


Bild 26. Schematisierung der Scheibe für zwei Belastungsfälle

a-Scheibe an Kontur beansprucht, b-isoliertes zentrales Element (Belastung a), c-Scheibe unter variablem Druck, d-isoliertes zentrales Element (Belastung nach c)

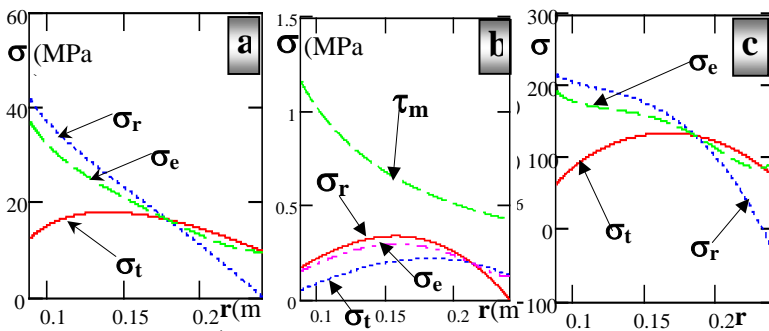


Bild 27. Spannungen in der Scheibe für vier Belastungsarten
a-Zentrifugalkraft, b-Konturbeanspruchung, c-Beanspruchung mit variablem Druck

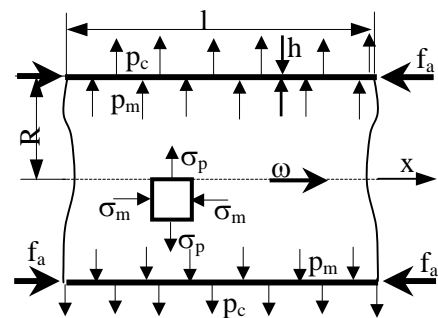


Bild 28. Schematisierung der Trommel als dünnwandiger Mantel

berechnet:

$$p = \frac{(R_2 - h - 0,5h)^2 a}{R_2 - h} \rho_0 \omega^2 + (R_2 - 0,5h) h \rho \omega^2.$$

Die berechneten Spannungen sind:

$$\sigma_m = \frac{-f_a}{h \cdot 1}, \quad \sigma_p = \frac{R}{h} \cdot p, \quad \sigma_e = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_p^2} - \sigma_m \sigma_p.$$

Für den speziellen Fall resultiert: $p=6,31$ MPa, $\sigma_m=0,38$ MPa, $\sigma_p=123$ MPa, $\sigma_e=123,3$ MPa. Die Schematisierung des Mantels als zylindrische Platte erlaubt uns die Verwendung der Methode der Infiniten Kleinelemente, wie im Bild 29 dargestellt; es wird die Differenzialgleichung (28) bestimmt mit der folgenden Lösung (29):

$$w^{IV} + 4k^4 w = \frac{p}{H} - \nu \frac{t_1}{RH}, \quad H = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}, \quad k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 h^2}}. \quad (28)$$

$$w(x) = e^{-kx} (C_1 \sin kx + C_2 \cos kx) + e^{kx} (C_3 \sin kx + C_4 \cos kx) + w_0, \quad w_0 = \left(\frac{p}{H} + \frac{\nu f_a}{RH} \right) \frac{1}{4k^4}.$$

Die Bestimmung der Integrationskonstanten ist in der Realität sehr kompliziert, weil der dünne zylindrische Mantel eine Einheit mit der dünnen Scheibe bildet; das Schema der Abtrennung in der Verbindungs-Zone des zylindrischen Mantels von der dünnen Scheibe mit den entsprechenden Verbindungsreaktionen wird in Bild 30 präsentiert. Die Integrationskonstanten werden aus den Randbedingungen (30) determiniert (der zweite Teil der Lösung wird vernachlässigt bzw. $C_3=C_4=0$).

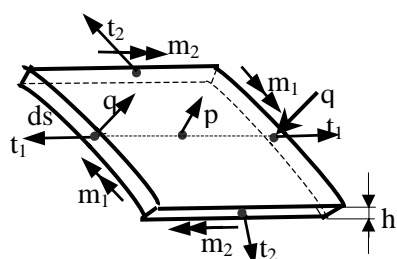


Bild 29. Elementare Fläche des zylindrischen Mantels

$$m(x=0) = m_r(r=R_2); \quad q(x=0) = -f(r=R_2); \quad (30)$$

$$w(x=0) = u(r=R_2); \quad \varphi(x=0) = -\varphi(r=R_2).$$

Die Bestimmung der Integrationskonstanten erlaubt weiter eine

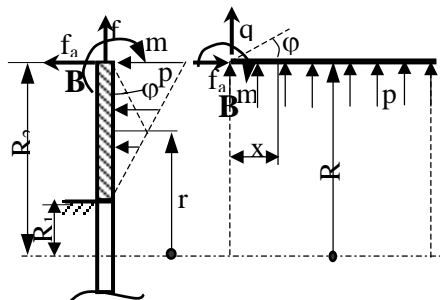


Bild 30. Schematisierung der Verbindungszone mit Reaktionen

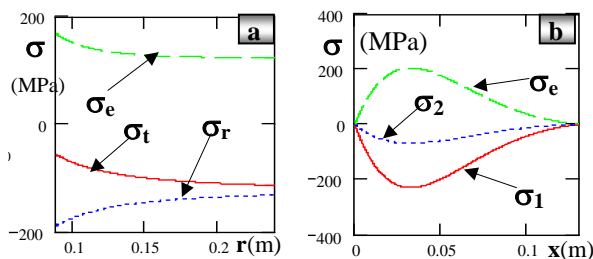


Bild 31. Spannungen in der Verbindungszone (spezieller Fall)

a-Scheibe, b-zylindrischer Mantel

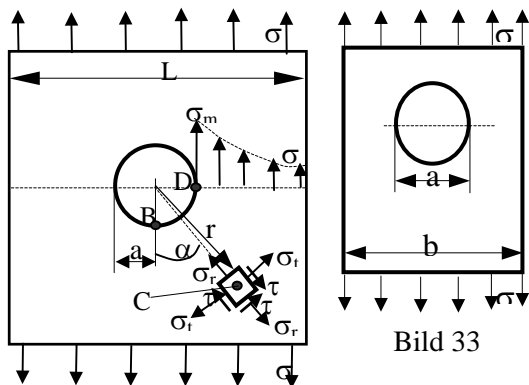


Bild 33

Bild 32. Spannungszustand der Bohrung einer Platte

komplette Definition für die Verformungen in der dünnen Scheibe und in dem zylindrischen Mantel und abhängig davon resultieren die Hauptspannungen. Für den Eigenfall des Rotors wird der Spannungswechsel in der dünnen Scheibe und in dem zylindrischen Mantel in Bild 31 präsentiert. Die Spannungen in den weit von der Verbindungszone Scheibe-Mantel entfernten Positionen wurden mit Hilfe der Theorie der dickwandigen Rohre berechnet. Für den Eigenfall sind die maximalen Spannungen, die mit dieser Theorie berechnet wurden, folgende: $\sigma_r=2,4$ MPa, $\sigma_t=125$ MPa, $\sigma_e=126,3$.

In der Pharma-Industrie werden sehr oft die Phasen einer Suspension mittels Zentrifugation abgetrennt. Generell wird die flüssige Phase einer Suspension evakuiert, und die feste Phase wird in der Trommel der Zentrifuge behalten. Um die Filtration zu ermöglichen, wird der zylindrische Mantel der Trommel perforiert. Die Bohrungen im zylindrischen Mantel der Trommel beeinflussen die mechanische Festigkeit des Systems negativ. Deshalb haben wir uns vorgenommen, zusätzlich den Einfluss der Bohrungen im zylindrischen Mantel der Trommel auf die mechanische Festigkeit des Systems zu untersuchen.

Die Dicke des zylindrischen Mantels der Trommel ist relativ klein in Bezug auf den Radius der Trommel, so dass man die bestehende Planplattentheorie zur Untersuchung verwenden kann. Die Parameter des Systems sind der Radius „a“ und der Abstand „b“ zwischen den Reihen der Bohrungen. Es ist bekannt, dass in der Nähe einer Bohrung die nominale Spannung „σ“ in der Platte größer wird und zwar erreicht sie den maximalen Wert $\sigma_m = k\sigma$, wo „k“ der Konzentrationskoeffizient ist (siehe Bild 32).

Die Elastizitätstheorie der kontinuierlichen Medien liefert uns in der Nähe der Bohrung die Lösung des Spannungszustandes gemäß folgender Gesetze (31):

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma}{2} \left(1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\alpha,$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\alpha, \quad (31)$$

$$\tau = -\frac{\sigma}{2} \left(1 + 2 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\alpha .$$

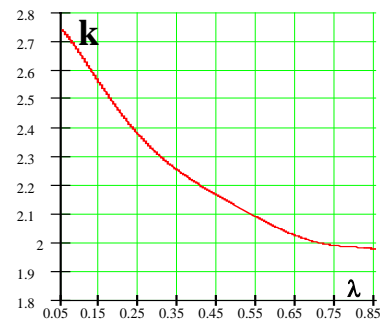


Bild 34

Es wurde experimentell festgestellt (insbesondere auf photoelastischen Modellen), dass in der Realität der Konzentrationskoeffizient kleiner ist als angenommen. In der technischen Literatur ist eine Korrelation zwischen dem Konzentrationskoeffizienten „k“ eines Plattbandes, unter Zug beansprucht, gemäß Bild 33, und der Geometrie bekannt. Der Interpolationspolynom für die Funktion des variablen experimentellen Konzentrationskoeffizienten „k“ abhängig von dem Verhältnis Durchmesser-Breite ist ($\lambda=2a/b$, Bild 34):

$$k(\lambda) = 2,79 - 0,237 \lambda - 18,274 \lambda^2 + 80,6 \lambda^3 - 155,456 \lambda^4 + 141,865 \lambda^5 - 49,6 \lambda^6 .$$

Für eine 6 mm-Bohrung und einen Abstand zwischen den Bohrungen von $b=65$ mm resultiert der Wert des Koeffizienten $k=2,66$. Sollte der Durchmesser der Bohrung 8 mm werden, sinkt der Wert des Konzentrationskoeffizienten auf 2,6 (diese Werte sind ähnlich denen der untersuchten Zentrifuge). Es empfiehlt sich der Versuch, das theoretische Studium der Spannungen und Verformungen experimentell zu validieren.

Aus diesem Grund wurde in Kapitel 7 die praktische Messung der Spannungen für die wichtigen Komponenten vorgenommen und durchgeführt. Nach einer detaillierten Analyse nach verschiedenen Kriterien wurde festgestellt, dass der Hauptrotor der sensibelste und gleichzeitig der wichtigste Teil der Zentrifuge für die weitere Entwicklung ist. Als Argumente für diese Entscheidung, laut welcher der Rotor das grundlegende Objekt des Studiums ist, wird erwähnt: der Rotor wird, mit Ausnahme der Lager, am stärksten beansprucht; die Verteilung der Masse erfolgt räumlich mit einer komplexen und schwer modellierbaren Beanspruchung; die dynamischen Beanspruchungen erhalten Komponenten (variabel in der Zeit), die abhängig von den Aufgabebedingungen sind; die Fixierung in der Konsole und die axiale Kinematik der Elemente des Rotors erschweren die Untersuchung der Beanspruchungen; eventuelle Mängel bei der Herstellung oder Fahrweisefehler könnten zu einer Verstärkung der Beanspruchungen bzw. zu einem unerlaubten Schwingungsregime führen, etc.

Es wurde festgestellt, dass in der Struktur des Hauptorgans einer StülpfILTERZentrifuge immer zwei wichtige Komponenten vorhanden sind: eine entsprechend gelagerte spezifische Welle und ein Rotor (aus zwei dünnen Scheiben bestehend und mittels Bolzen fest verbunden), beide starr miteinander fixiert, oder eine spezifische Welle ebenfalls entsprechend gelagert und ein aus einer Einheit aus einer dünnen Scheibe und einem zylindrischen Mantel bestehender Rotor, ebenfalls starr miteinander fixiert. Da die Wellen und die entsprechenden Lagerungen Maschinenelemente sind, die seit langem sehr grundlegend entwickelt und studiert wurden, haben wir uns auf die Analyse der mechanischen Spannungen der dünnen Scheiben und den zylindrischen Mantel, die den Prozess-Separationsraum definieren, konzentriert.

Die konstruktive Lösung des Rotors einer StülpfILTERZentrifuge hat uns erlaubt, diesen systematisch in zwei Komponenten zu teilen und zwar den Hauptrotor (Rotor 1 genannt) und den sekundären Rotor (Rotor 2 genannt). Die zentrifugalen Beanspruchungen, die durch die Suspensionsmasse oder das eigene Gewicht entstehen, sind intensiver und daher ungünstiger für den Rotor 1. Der Spannungs- und Verformungszustand von Rotor 2 ist nicht so gravierend und deutlich einfacher zu definieren. Zusätzlich zeigt uns die Analyse der mechanischen Festigkeit von Rotor 1 Unbestimmtheiten und komplexe Korrelationen zwischen den Komponentenelementen mit nur annähernden oder auch nicht immer vollziehbaren Lösungen. Dies war das Hauptargument, das uns veranlasste, uns mit Priorität auf Rotor 1 zu konzentrieren.

Wenn die Analyse der Spannungsverteilung auf die einzelnen Komponenten eines Rotors

(Scheiben, zylindrischer Mantel) ausführlich in der Fachliteratur behandelt wird, ist die Verbindungszone der Elemente (siehe Kapitel 2 und 6) sehr mühsam auszulegen. Dieser Sachverhalt ist sehr wichtig, weil in der Verbindungszone der Elemente Scheibe - zylindrischer Mantel das Phänomen Spannungskonzentration auftaucht und damit die richtige Bestimmung bzw. zumindest die richtige Abschätzung des Konzentrationskoeffizienten unerlässlich wird. Die analytische Studie konnte das Phänomen der Erhöhung der Spannungen in der Verbindungszone problemlos erkennen, jedoch war eine zusätzliche Verifizierung der theoretischen Bestimmung unverzichtbar. Experimentelle Überprüfungen, um die Tendenz der Spannungskonzentration in der Verbindungszone Scheibe - zylindrischer Mantel festzustellen und real zu bestimmen, waren damit selbstverständlich. Das ideale Experiment, um die Spannungen zu bestimmen, wäre, direkt auf dem Rotor die Versuche durchzuführen. Dieser Weg setzt einen großen materiellen Aufwand voraus, wenn wir nur an eine Leihzentrifuge für die Versuche denken würden. Zusätzliche Kosten durch die Messung der Spannungen in einem Körper unter Rotationsbewegung mit relativ hoher Drehzahl sind in diesem Fall auch nicht zu vernachlässigen. Die optische Messmethode als Alternative für die Evaluierung bzw. die konkrete Messung der Spannungen für den gegebenen Fall ist relativ neu und nicht sehr einfach auszulegen; die Rotationsbewegung mit hoher Frequenz könnte zusätzliche Probleme bei der Analyse der Registrierung bereiten. Auch durch eine zusätzliche Budgetlimitierung wurde dieser Weg nicht bevorzugt. Folglich empfehlen wir für die Zukunft die Durchführung einer experimentellen Studie, um zumindest das praktische Synchronisierungsproblem der Registrierungen mit der Rotationsbewegung des Rotors zu optimieren bzw. zu lösen.

Die zweite experimentelle mögliche Methode für die Spannungsbestimmungen ist unter dem Namen „Resistive Tensometrie“ bekannt und wird seit 50 Jahren erfolgreich verwendet. Die Resistive Tensometrie ist sehr oft ein experimenteller Weg für die Spannungsbestimmung in der Technik und wird für zahlreiche Anwendungen im Bereich Kraft- und Druck-Traduktoren mit Erfolg verwendet. Die Verwendung der Tensometrie im Falle des Rotors ist relativ schwer zu lösen: die Messung des elektrischen Signals eines am Rotor fixierten Traduktors unter Rotationsbewegung sollte durch einen Sammler mit der stationären Registrierung bzw. dem Verarbeitungsapparat zuverlässig verbunden werden. Die Komponenten sind teuer und bei hohen Rotationsgeschwindigkeiten könnten diese relativ große Messfehler erzeugen. Aus diesem Grund wird diese Lösung nicht weiter empfohlen.

Als weitere mögliche experimentelle Lösung für die tensometrische Determinierung der Verformungen / Spannungen wurde die reale Messung auf einem stationären Modell bestimmt. Sicherlich hätte uns die Verwendung eines realen Rotors für die Versuche finanzielle und zeitliche Probleme bei der Realisierung des Experiments bereiten können, deshalb wurde entschieden, die experimentelle Studie der Spannungen/Verformungen auf einem zylindrischen Behälter, in Form und Abmessungen ähnlich dem realen Rotor, zu untersuchen. Die zentrifugale Beanspruchung wurde mittels eines Innendrucks kontrolliert wiedergegeben. Das experimentelle Modell, wie genannt konzipiert, erlaubte uns, die Experimente im Labor mit niedrigen Kosten und in kurzer Zeit im Rahmen des Budgets durchzuführen.

Um die Kosten zu minimieren und die Versuche zu vereinfachen, wurde, wie schon erwähnt, ein zylindrischer und an einer Seite offener Behälter aus Edelstahl mit ähnlichen Maßen wie Rotor 1, gewählt, der mittels eines Deckels wie der reale Verfahrensraum der Zentrifuge abgedichtet ist. Der Boden des Behälters sollte die Rolle der dünnen Scheibe starr an der Welle fixiert, reproduzieren, mit dem einzig abweichenden Unterschied zur Realität, dass der Boden in der Mitte nicht zusätzlich durch eine Fixierung verstärkt ist. Der zylindrische Mantel des Behälters ist auch nicht gebohrt. Gleichzeitig ist der Boden des Behälters (die dünne Scheibe) am zylindrischen Mantel durch einen großen Radius verbunden, mit dem Ergebnis, dass der Konzentrationsgrad der Spannungen in der Verbindungszone vermindert wird. Durch dieses einfache experimentelle Modell (Behälter mit einem Deckel abgedichtet) ist die Korrelation zwischen den Spannungen und der Geometrie des Behälters einfach und übersichtlich darzustellen. Die existierenden Schweißnähte zwischen Boden und zylindrischem Mantel bzw. zwischen Mantel und Verstärkungsring an der freien Seite des Behälters könnten mit Sicherheit ein zusätzliches Objekt der Studie bezüglich des Konzentrationseffekts für diesen Bautyp werden.

Es wurde in der Studie des Spannungszustandes festgestellt, dass der Spannungszustand plan ist und die Hauptrichtungen der Wirkungen bekannt sind (symmetrische Konstruktion). Aus diesem Grund wurden die Dehnungsmessstreifen, die für die Messungen notwendig sind, auf diese bekannten Hauptrichtungen wie folgt montiert:

- auf die dünne Scheibe - radial und umfänglich oder tangential (σ_r , σ_t);
- auf den zylindrischen Mantel-Meridian (auf der Kontur) und umfänglich oder tangential (σ_m , σ_t ; σ_1 , σ_2);

Das Distributionsschema der Dehnungsmessstreifen wird im Bild 35 präsentiert - man kann feststellen, dass in einer geometrischen Position (bei Radius r oder Abstand y auf der Scheibe, oder der Abstand x vom Boden auf der zylindrischen Fläche des Behälters) immer ein Paar von

Dehnungsmessstreifen auf orthogonale Richtungen montiert, die Lage präzise definieren. Jeder Dehnungsmessstreifen misst die normalen Hauptspannungen auf die entsprechenden Richtungen (radial „r“ und umfänglich „t“ auf der Scheibe bzw. Meridian „m“ und umfänglich „t“ auf dem zylindrischen Mantel, gemäß Bild 35) Mit dem vorhandenen experimentellen Messsystem könnten simultan nicht mehr als 7 Halbbrücken aktiviert werden. Damit kann man passive Dehnungsmessstreifen sparen und dadurch mehrere aktive Dehnungsmessstreifen (siehe c Bild 35) nacheinander verwenden.

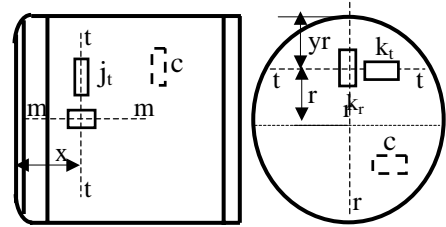


Bild 35. Montageschema der DMS

Jeder Dehnungsmessstreifen ist wie folgt vollständig definiert: geometrische Position (r, x, y) Hauptrichtung der Beanspruchung (r, t, m), Identifikationsnummer des Paares (j, k). Um den Druck im Behälter zu messen, wurde ein Weg-Traduktor, nämlich eine indirekte Messung durch die Verformung des Behälters, verwendet. Die Kurve der Abhängigkeit Druck-Weg wurde bestimmt.

Verwendete Apparate und Traduktoren:

- Messsystem Spider 8, Resolution 12 biti,
- Induktiver Traduktor WA 50, Präzisionsklasse 1%
- Druck Traduktor MOM 1 MPA, Präzisionsklasse 1%
- Dehnungsmessstreifen KFG-5-120-C1-11L1M2R,
- Notebook IBM ThinkPad R51.

Registrierte Parameter:

- p (MPa) - Luftdruck im Behälter,
- $Sr1 \dots Sr25$ (MPa)- radial mechanische Spannungen,
- $St1 \dots St25$ (MPa)- tangentiale mechanische Spannungen,
- x (mm) - elastische Verformung des Bodens des experimentellen Behälters.

Die Verteilung der Dehnungsmessstreifen auf die Fläche des experimentellen Behälters wird in Bild 36 präsentiert.

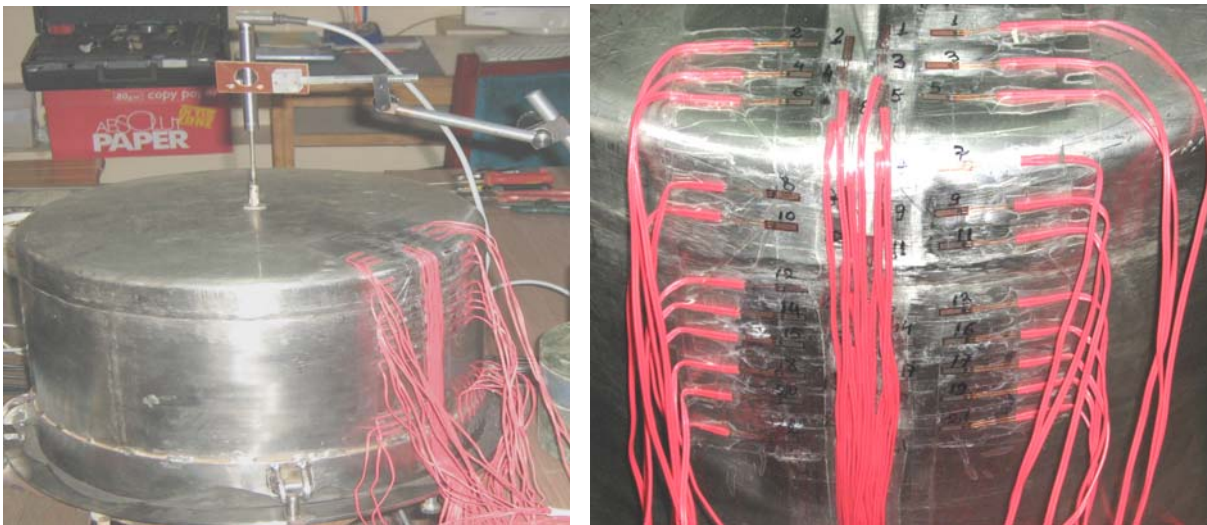


Bild 36. Distributionsschema der DMS auf die Fläche des experimentellen Behälters

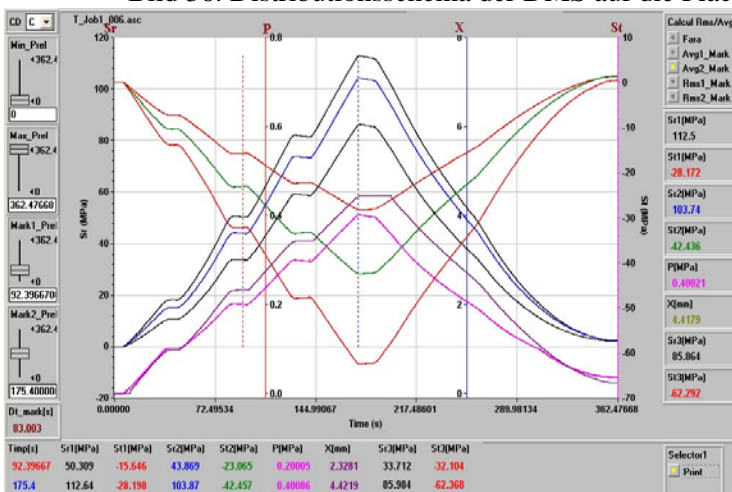


Bild 37 Registrierungen der Messpunkte 1, 2, 3

Für die aktiven Messungen wurden 50 DMS (25 DMS auf jede Hauptrichtung) und für die thermische Kompensation 7 DMS verwendet. Die grafische Darstellung der Registrierung ist in Bild 36 erkennbar. Die experimentellen Resultate sind in einer Datenbank gespeichert. Die Registrierungen können analysiert und beliebig grafisch präsentiert werden. Die experimentellen Parameter könnten auf dem Display des Rechners verfolgt werden, siehe Bild 37.

Der Wechsel der beiden Hauptspannungen auf der Kontur des zylindrischen Behälters kann in Bild 38

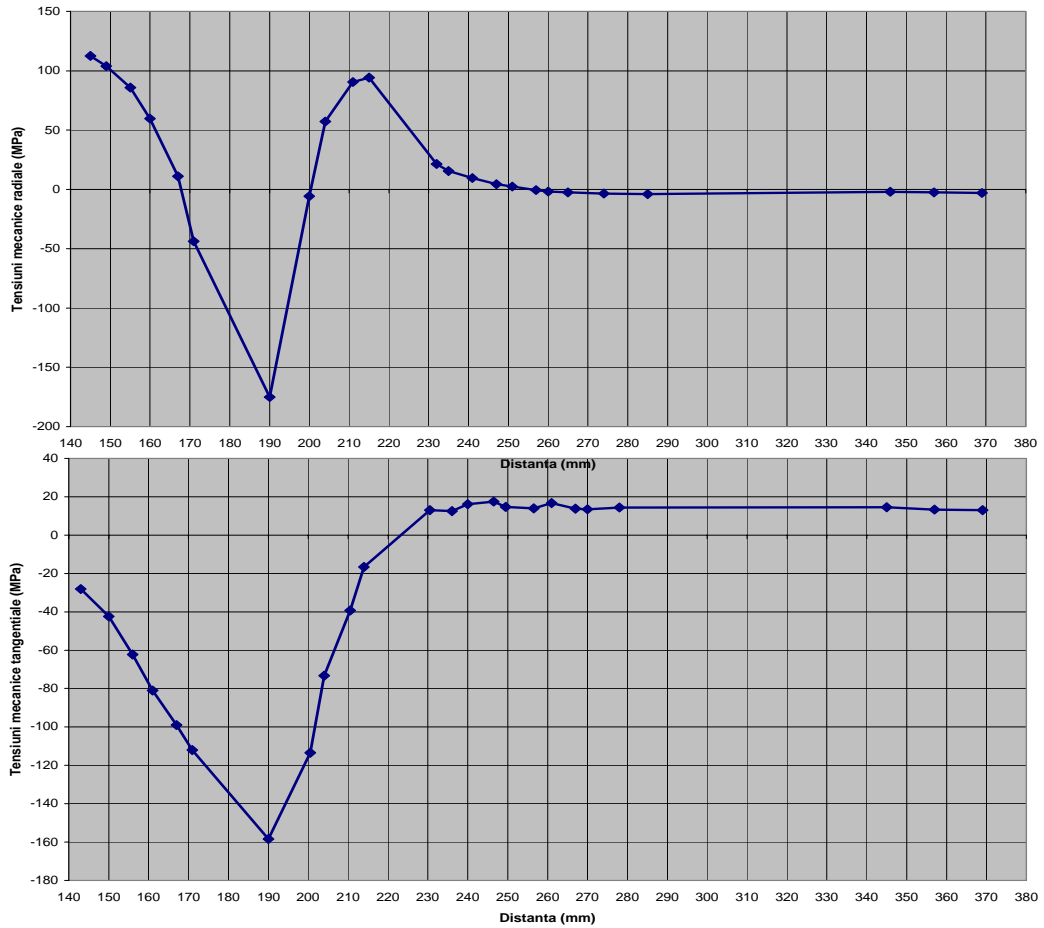


Bild 38. Variation der mechanischen Radial- und Tangentialspannungen bei Druck 0,4 MPa

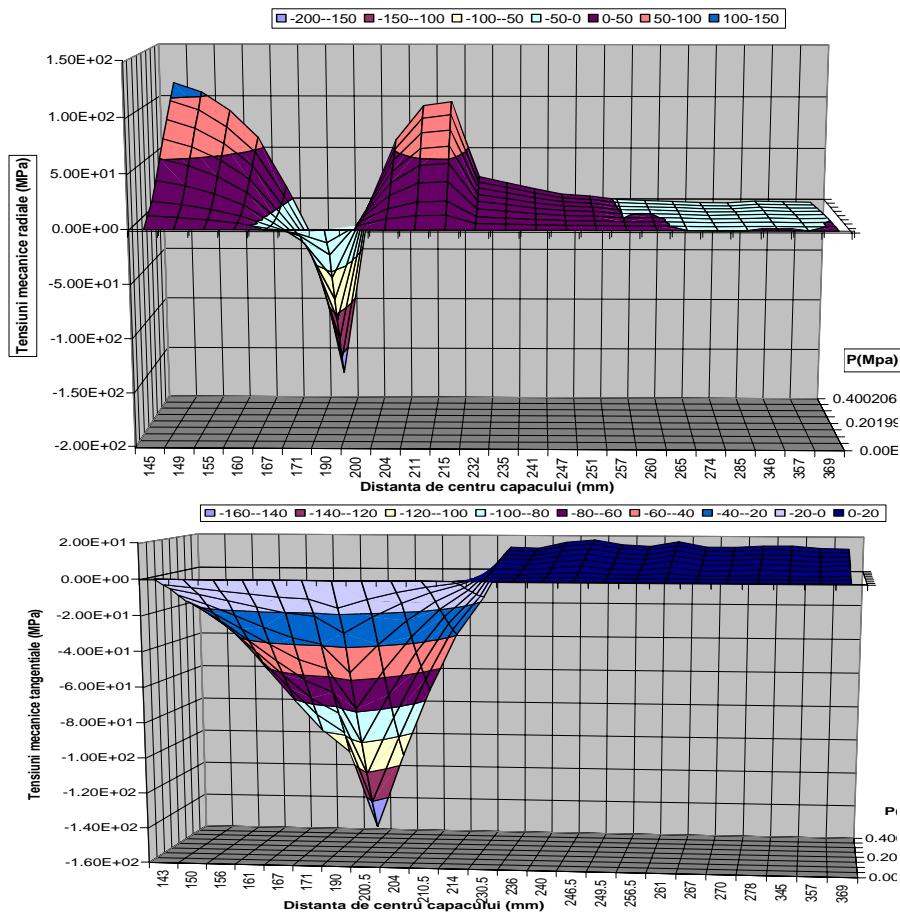


Bild 39. Axiale Variation der mechanischen Spannungen bei Druck 0 bis 0,4 MPa

erkannt werden. Die Zone der Konzentrationsspannungen an der Verbindung zwischen Boden und

zylindrischem Mantel des Behälters ist ebenfalls deutlich zu erkennen.

Der Variationsmodus der Spannungen auf der Kontur des zylindrischen Behälters für vier Druckbeanspruchungswerte wird in Bild 39 gezeigt. Man kann deutlich feststellen, dass dort für alle Beanspruchungen die Tendenz der Spannungskonzentration an der Verbindungszone Boden mit zylindrischem Mantel liegt. Es ist ein zusätzlicher experimenteller Beweis für die Richtigkeit der theoretischen Berechnungsergebnisse auf die verwendeten Modelle.

Nach Beendigung der Experimente und Analyse der Versuchsdaten wurde außerhalb der Erkenntnisse des mechanischen Phänomens festgestellt, dass die Laborversuche technisch gesehen eine sehr gute Ausbildung des Bedienpersonals erfordern, welche nicht selbstverständlich realisierbar ist. Erfahrungen des Entwicklungsteams in diesem Bereich sind obligatorisch, sowohl für die Durchführung der Tests, als auch für die notwendige Interpretierung von Resultaten, die keine Arbeitsroutine darstellt. Das Team sollte zusätzlich die Problematik der mechanischen Beanspruchungen des Falls beherrschen.

In Kapitel 8 werden nochmals die theoretischen und experimentellen Erkenntnisse der Studie „Mechanische Festigkeit der Hochgeschwindigkeitsrotoren der Zentrifuge“ präsentiert. Folgende Aspekte sind zu bemerken:

Die Methode der Studie der mechanischen Beanspruchungen von Scheiben und zylindrischem Mantel unter Rotationsbewegung oder, stationär betrachtet, unter statisch verteilten Kräften (Drücken) bzw. konzentrierten Kräften, setzt folgendes voraus:

- die geometrische und mechanische (Beanspruchung) Definition eines unendlichen kleinen Elements, vom Makrokörper isoliert;
- die Feststellung der Gleichgewichtsbedingungen mit den entsprechenden Differentialgleichungen für die Belastungen, Beanspruchungen, und Spannungen;
- die Definition der Verformung (meistens in radialer Richtung) und der spezifischen Dehnungen auf die Hauptrichtungen orientiert (radial und tangential);
- die Definition der normalen Spannungen als Funktion der spezifischen Dehnungen, mit den resultierenden Gleichungen als Funktion der Verformung;
- die Differentialgleichung für Verformung wird damit definiert;
- die Differentialgleichung für Verformung wird nachher integriert und die Lösung enthält Integrationskonstanten;
- die Lösung (Verformung) wird in die Gleichungen für Spannungen eingeführt;
- die Randbedingungen werden durch die Verwendung der Gleichungen für die Verformung und Spannungen definiert;
- die Integrationskonstanten werden damit determiniert;
- die Integrationskonstanten werden in die Gleichungen für Verformung, Beanspruchung und Spannungen eingeführt und die entsprechenden Variationsfunktionen resultieren abhängig vom Radius (meistens);
- es wird grafisch (Variationskurven) der Variationsmodus der Spannungen und Verformungen studiert, um eine einfache Identifizierung der Zonen mit maximalen Beanspruchungen, eventuell gefährliche Fahrweise, extreme Verformungen zu erkennen.

Bezüglich des Rotors 2 gelten folgende Aussagen (Synthese der analytischen Studie):

- die maximale Beanspruchung für die beiden dünnen Scheiben resultiert am Innenradius der Scheibe;
- die Sicherheitskoeffizienten für die dünnen Scheiben sind 8,3 und 14 (spezieller Fall mit zentrifugaler Beanspruchung);
- die maximale, durch zentrifugale Beanspruchung erzeugte Spannung beträgt 136 MPa (Sicherheitskoeffizient $c=3$);
- die Welle ist starr und erfüllt die Festigkeitsbedingungen mit einer großen eigenen Frequenz ohne Probleme bezüglich der Resonanz;

Bezüglich des Rotors 1 gelten folgende Aussagen (Synthese der analytischen Studie):

- die zentrifugale Beanspruchung verursacht auf die dünnen Scheiben des Rotors 1 kleine Spannungen im Vergleich zu jenen, die durch den hydraulischen Druck der Suspension entstehen könnten (ca. fünfmal größer);
- die Spannungen in der dünnen Scheibe werden durch die Verbindung am zylindrischen Mantel schon kleiner, aber nicht mit einer sehr großen Bedeutung;
- die Studie der Verbindungszone ist nicht vollständig und komplett, so dass eine weitere Analyse zu empfehlen wäre;

- die durch zwei unabhängige Methoden berechneten Spannungen des Mantels in den Zonen, die weit entfernt von den Extremitäten sind, sehen sehr ähnlich aus und sind kleiner als die maximal erlaubte Spannung mit einem Sicherheitskoeffizient $c=2$ (siehe den speziellen Fall);
- die Verformung an der freien Seite des zylindrischen Mantels wird durch die Abdichtung des Deckels verhindert und die resultierenden Spannungen sind kleiner als in der medianischen Zone bzw. die sinken mit Faktor 1,5;
- das Problem der Definition der Spannungen an der freien Seite der Trommel (Abdichtungszone) wurde partiell gelöst und erfordert für die Zukunft eventuell eine neue Studie;

Anhand der Analyse mit der Methode der Finiten Elemente des Rotors 2 gelten folgende Aussagen:

- es wurde für den sekundären Rotor festgestellt, dass die Scheibe 2 deutlich stärker durch den hydraulischen Druck der Suspension beansprucht wird; man kann erkennen, dass diese Scheibe in der zentralen Zone bzw. die Verbindungszone mit den Bolzen überwiegend beansprucht wird und ein hohes Niveau an Spannungen auf den Innenumfang der Bolzen generiert wird;
- die Verbindungszonen zwischen den Scheiben und Bolzen repräsentieren eine starke Spannungskonzentrationszone mit einem Konzentrationskoeffizienten von mindestens 3;
- der Effekt der Druckbeanspruchungen der Suspension ist deutlich größer als jener der Zentrifugalbeanspruchungen (mehr als 60 % Anteil vom Gesamtwert);
- das Niveau der maximalen Spannungen ist relativ groß und eine neue präzisere Studie mit der Verifizierung, unter anderem des neu definierten Netzes der finiten Elemente, wäre denkbar;

Anhand der Analyse mit der Methode der Finiten Elemente des Rotors 1 gelten folgende Aussagen:

- die Bohrungen des zylindrischen Mantels generieren Spannungskonzentrationen in der Struktur;
- die maximale Spannung, für den Rotor (spezieller Fall) in der Zone der Bohrungen beträgt 313 MPa;
- die Struktur ist beständig an den Beanspruchungen der generierten zentrifugalen Kraft der eigenen Masse des Rotors und der Suspensionsmasse (33 kg) im Falle der Verwendung eines Materials mit einer maximalen Dehngrenze $R_{p0,2}$ von 420 MPa; die Duplex rostfrei Stähle, die sich annähernd zu gleichen Teilen aus austenitischem und ferritischem Gefüge zusammensetzen, besitzen diese hohe Dehngrenze $R_{p0,2}$ von mindestens 400 MPa (in der Praxis sogar immer über 500 MPa erfüllt der Lean Duplex rostfrei 1.4362 dieses Ziel sehr gut)
- die eigene Frequenz des Rotors ist 90 % größer als die maximale Drehzahl des Rotors ($n=4000$ rot/min für den speziellen Fall); eine Differenz von 20 % zwischen der kritischen Drehzahl und der maximalen Drehzahl ist ausreichend, um eine sehr sichere Fahrweise der Zentrifuge zu gewährleisten.

Zusammenfassung und Ausblick:

Eine gut funktionierende Reihe von speziellen StülpfILTERZentrifugen mit Hochgeschwindigkeitsrotoren wird erst dann definitiv entstehen, wenn die Studie auf alle wichtigen Komponenten des Apparates gezielt erweitert wird.

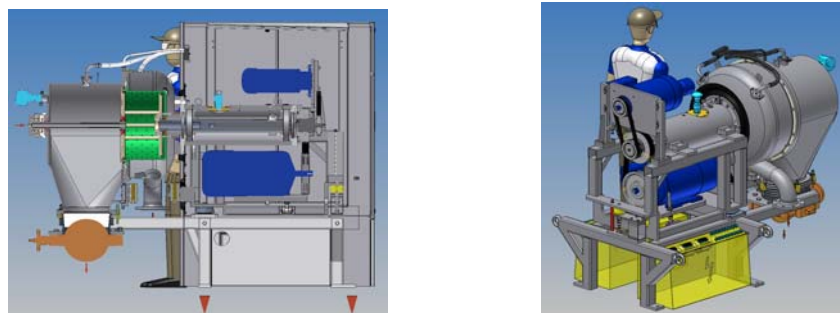


Bild 40. StülpfILTERZentrifuge mit Hochgeschwindigkeitsrotoren

Nach der kompletten Studie und Entwicklung der neuen Hochgeschwindigkeitsrotoren-Zentrifugen, wird dem Betreiber sicherlich eine modern gestaltete Zentrifugenreihe zur Verfügung stehen mit dem Vorteil, die gestiegenen zukünftigen Anforderungen der Pharma-Industrie optimal und garantiert erfüllen zu können.