

**UNIVERSITATEA DIN CRAIOVA  
FACULTATEA DE MECANICĂ**

**CONTRIBUȚII LA STUDIUL  
INFLUENȚEI VIBRAȚIILOR ASUPRA  
STĂRILOR DE TENSIUNI ȘI  
DEFORMAȚII ALE ELEMENTELOR  
CINEMATICE DE TIP BARĂ**

**- REZUMATUL TEZEI DE DOCTORAT -**

**Doctorand:**

**Ing. Raluca Anda Malciu**

**Conducător științific:**

**Prof. univ. dr. ing. Dan BĂGNARU**

**- 2009 -**

## CUPRINS

|                                                                                                                                                        |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>PREFAȚĂ</b> .....                                                                                                                                   | 1  |
| <b>1. INTRODUCERE</b> .....                                                                                                                            | 2  |
| <b>1.1. Justificarea importanței temei și stadiul actual al cercetărilor</b> .....                                                                     | 2  |
| 1.1.1. Modele mecanice și matematice ale vibrațiilor elementelor cinematice<br>cu un număr finit de grade de libertate.....                            | 10 |
| 1.1.1.1. Modelarea prin metoda elementelor finite.....                                                                                                 | 11 |
| 1.1.1.2. Modelare prin metode exacte.....                                                                                                              | 29 |
| 1.1.2. Modele mecanice și matematice pentru vibrațiile elementelor<br>cinematice de tip bară considerate medii continue.....                           | 34 |
| 1.1.2.1. Model uni-dimensional pentru vibrațiile de încovoiere ale barelor<br>elastice rezolvat prin metoda propagării undei.....                      | 34 |
| 1.1.2.2. Model pentru analiza vibrațiilor barelor Timoshenko rezolvat prin<br>metoda pseudospectrală Cebîșev.....                                      | 40 |
| 1.1.2.3. Model pentru analiza vibrațiilor barelor cu masă continuă și mase<br>concentrate purtate.....                                                 | 43 |
| 1.1.2.4. Model pentru analiza descompunerii modale, pentru studiul<br>problemelor la limită mixte.....                                                 | 45 |
| <b>1.2. Probleme abordate</b> .....                                                                                                                    | 48 |
| <b>2. MODELE MATEMATICE ÎN DEPLASĂRI PENTRU VIBRAȚIILE<br/>ELEMENTELOR CINEMATICE DE TIP BARĂ CU COMPORTAMENT<br/>LINIAR ELASTIC</b> .....             | 52 |
| <b>2.1. Modele cu un număr finit de grade de libertate pentru mișcări plane</b> .....                                                                  | 52 |
| <b>2.2. Modele de tip mediu continuu în mișcare plană</b> .....                                                                                        | 57 |
| <b>2.3. Modele matematice în deplasări într-o primă aproximație</b> .....                                                                              | 60 |
| <b>3. MODELE MATEMATICE ÎN DEPLASĂRI PENTRU VIBRAȚIILE<br/>ELEMENTELOR CINEMATICE DE TIP BARĂ CU COMPORTAMENT<br/>LINIAR VÂSCOELASTIC</b> .....        | 61 |
| <b>3.1. Modele cu un număr finit de grade de libertate pentru mișcări plane</b> .....                                                                  | 64 |
| 3.1.1. Modele matematice sub forma sistemelor de ecuații cu derivate<br>parțiale: modele matematice în timp real.....                                  | 64 |
| <b>3.2. Modele de tip mediu continuu pentru mișcări plane</b> .....                                                                                    | 66 |
| 3.2.1. Modele matematice sub forma sistemelor de ecuații cu derivate<br>parțiale : modele matematice în timp real.....                                 | 66 |
| <b>4. METODE DE SOLUȚIONARE A MODELELOR MATEMATICE ALE<br/>VIBRAȚIILOR ELEMENTELOR CINEMATICE DE TIP BARĂ CU<br/>COMPORTAMENT LINIAR ELASTIC</b> ..... | 69 |
| <b>4.1. Metode exacte de soluționare a modelelor matematice</b> .....                                                                                  | 69 |
| 4.1.1. Soluționarea modelelor matematice obținute pentru modelele mecanice<br>de tip mediu continuu liniar elastic.....                                | 69 |
| 4.1.2. Soluționarea modelelor matematice obținute pentru modelele mecanice                                                                             |    |

|                                                                                                                                                                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| liniar elastice cu un număr finit de grade de libertate.....                                                                                                                                                           | 74         |
| 4.2. Metode iterative de soluționare a modelelor matematice.....                                                                                                                                                       | 76         |
| <b>5. METODE DE SOLUȚIONARE A MODELELOR MATEMATICE ALE VIBRAȚIILOR ELEMENTELOR CINEMATICE DE TIP BARĂ CU COMPORTAMENT LINIAR VÂSCOELASTIC.....</b>                                                                     | <b>81</b>  |
| 5.1. Soluționarea modelelor matematice ale unor mișcări particulare, obținute în timp real, prin metode exacte.....                                                                                                    | 81         |
| 5.2. Soluționarea modelelor matematice obținute în timp real prin metode iterative (metoda aproximațiilor succesive).....                                                                                              | 82         |
| <b>6. EXEMPLE DE CALCUL ANALITIC PENTRU CÂMPURI DE DEPLASĂRI ALE BARELOR CU COMPORTAMENT LINIAR VÂSCOELASTIC.....</b>                                                                                                  | <b>85</b>  |
| 6.1. Câmpurile deplasărilor unui element cinematic, de tip bară dreaptă, cu comportament liniar-vâscoelastic.....                                                                                                      | 85         |
| 6.2. Câmpul deplasărilor bielei liniar vâscoelastice a unui mecanism bielă manivelă supus vibrațiilor libere.....                                                                                                      | 86         |
| <b>7. INFLUENȚA VIBRAȚIILOR ASUPRA STĂRILOR DE DEFORMAȚII ȘI DE TENSIUNI.....</b>                                                                                                                                      | <b>91</b>  |
| 7.1. Influența vibrațiilor asupra stărilor de deformații și de tensiuni ale barelor cu comportament liniar elastic.....                                                                                                | 91         |
| 7.2. Influența vibrațiilor asupra stărilor de deformații și de tensiuni ale barelor cu comportament liniar vâscoelastic.....                                                                                           | 96         |
| <b>8. APLICAȚII NUMERICE.....</b>                                                                                                                                                                                      | <b>105</b> |
| 8.1. Descrierea mecanismului plan bielă-manivelă.....                                                                                                                                                                  | 105        |
| 8.2. Determinarea deplasărilor elementelor cinematice de tip bară cu comportament liniar elastic.....                                                                                                                  | 107        |
| 8.3. Determinarea deplasărilor elementelor cinematice de tip bară cu comportament liniar vâscoelastic (diagrame de variație ale acestora în timp).....                                                                 | 113        |
| 8.4. Compararea deplasărilor elementelor cinematice liniar elastice supuse vibrațiilor cu cele ale elementelor cinematice vâscoelastice (diagrame de variație ale acestora în timp).....                               | 135        |
| 8.5. Determinarea stărilor de deformații și de tensiuni ale barelor cu comportament liniar elastic (diagrame de variație ale acestora în timp)....                                                                     | 141        |
| 8.6. Determinarea stărilor de deformații și de tensiuni ale barelor cu comportament liniar vâscoelastic (diagrame de variație ale acestora în timp).....                                                               | 148        |
| 8.7. Compararea stărilor de deformații și de tensiuni ale barelor cu comportament liniar elastic supuse vibrațiilor, cu cele ale elementelor cinematice vâscoelastice (diagrame de variație ale acestora în timp)..... | 156        |
| 8.8. Modelarea mecanismului cu ajutorul programului SOLIDWORKS și efectuarea analizei modale.....                                                                                                                      | 160        |
| <b>9. COMPARAREA REZULTATELOR TEORETICE CU CELE OBȚINUTE PE CALE EXPERIMENTALĂ.....</b>                                                                                                                                | <b>162</b> |
| 9.1. Generalități privind concepția experimentului.....                                                                                                                                                                | 162        |

|                                                                                         |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 9.1.1. Baza tehnică pentru efectuarea măsurătorilor.....                                | 162        |
| 9.1.1.1. Sistemul pentru măsurarea numerică a mărimilor mecanice – Spider 8...          | 162        |
| 9.1.1.2. Accelerometrul.....                                                            | 164        |
| 9.1.1.3. Condiționerul de semnal.....                                                   | 171        |
| 9.1.1.4. Traductorul inductiv de cursă liniară.....                                     | 173        |
| <b>9.2. Încercări pentru determinarea răspunsului dinamic la acționări variabile...</b> | <b>174</b> |
| 9.2.1. Aparatura de măsură utilizată.....                                               | 174        |
| 9.2.2. Efectuarea încercărilor.....                                                     | 175        |
| 9.2.3. Prelucrarea în domeniile timp și frecvență a datelor experimentale.....          | 177        |
| 9.2.4. Evaluarea răspunsului dinamic în domeniul de lucru.....                          | 183        |
| <b>10. Contribuții originale, concluzii și direcții ulterioare de cercetare.....</b>    | <b>196</b> |
| <b>10.1. Contribuții originale.....</b>                                                 | <b>197</b> |
| <b>10.2. Concluzii și direcții ulterioare de cercetare.....</b>                         | <b>200</b> |
| <b>BIBLIOGRAFIE.....</b>                                                                | <b>203</b> |
| <b>ANEXE.....</b>                                                                       | <b>213</b> |
| <b>ANEXA 1.....</b>                                                                     | <b>213</b> |
| <b>ANEXA 2.....</b>                                                                     | <b>220</b> |
| <b>ANEXA 3.....</b>                                                                     | <b>225</b> |
| <b>ANEXA 4.....</b>                                                                     | <b>234</b> |
| <b>ANEXA 5.....</b>                                                                     | <b>235</b> |

## REZUMAT

Cercetările ultimilor ani în domeniul vibrațiilor elementelor cinematice de tip bară au căpătat o importanță teoretică și aplicativă din ce în ce mai mare, deoarece cunoașterea modului de propagare a vibrațiilor și a efectelor dinamice datorate deformațiilor produse în timpul exploatării, în funcție de solicitări, caracteristici geometrice și mecanice ale barelor, a condus la găsirea unor soluții tehnice avantajoase în proiectarea și realizarea mecanismelor care trebuie să lucreze la viteze mari sau cărora li se impune o acuratețe deosebită privind poziția elementelor cinematice.

În capitolul 1 este justificată importanța temei și este prezentată evoluția modelelor pentru elementele cinematice de tip bară, de la modelele Bernoulli-Euler, Love, Kees și Timoshenko la softul numeric GraHyb 2, prezentat la cea de-a 9-a Conferință a Sistemelor Dinamice de la Lodz, Polonia, din 2007, soft util pentru analiza vibrațiilor sistemelor mecanice supuse la excitații cinematice și dinamice simultane.

Tot aici sunt prezentate metoda elementelor finite, metodă importantă în studiul elementelor cinematice cu un număr finit de grade de libertate, și trei analize efectuate cu ajutorul ei: o analiză a tensiunilor și deformațiilor prin MEF, o analiză dinamică a mecanismelor elastice și o analiză dinamică a elementelor cu mișcări rapide.

Din evoluția modelelor matematice pentru vibrațiile elementelor cinematice de tip bară considerate medii continue, sunt abordate apoi câteva întâlnite în literatura de specialitate, cum ar fi:

1. Modelul uni-dimensional pentru vibrațiile de încovoiere ale barelor elastice rezolvat prin metoda propagării undei.
2. Model pentru analiza vibrațiilor barelor Timoshenko rezolvat prin metoda pseudospectrală Cebîșev.
3. Model pentru analiza vibrațiilor barelor cu masă continuă și mase concentrate purtate.
4. Model pentru analiza descompunerii modale, pentru studiul problemelor la limită mixte.

În capitolul următor sunt prezentate modelele matematice în deplasări pentru vibrațiile elementelor cinematice de tip bară cu comportament liniar elastic. Pentru obținerea lor se pleacă de la ecuațiile de mișcare în deplasări, pentru un element cinematic rectiliniu, liniar elastic, aflat în mișcare de rototranslație, la care s-a considerat masa totală  $m$ , concentrată în „ $n$ ” puncte, și se aplică metoda coeficienților de influență.

Pentru un element cinematic rectiliniu, liniar-elastic, model de tip mediu continuu aflat în mișcare de rototranslație plană, ecuațiile de mișcare în deplasări, în varianta cuplată, se deduc cu ajutorul principiului lui Hamilton din elastodinamică, neglijându-se influența forțelor tăietoare.

Modelele matematice găsite pentru mișcările de rototranslație plană pot fi scrise cu ajutorul a doi operatori diferențiali matriceali  $[L_0]$  și  $[L_1]$ , prin gruparea termenilor de cuplaj între vibrațiile longitudinale și cele transversale și a termenilor care conferă calitatea de modele variabile în timp. Prin neglijarea termenului care cuprinde operatorul diferențial matriceal  $[L_1]$ , se obține modelul decuplat, liniar și cu coeficienți constanți, într-o primă aproximație.

Sunt prezentate apoi modelele matematice în deplasări pentru vibrațiile elementelor cinematice de tip bară dreaptă cu comportament liniar vâscoelastic, pentru modele mecanice cu un număr finit de grade de libertate și modele de tip mediu continuu, în mișcare plană, și anume modelele matematice sub forma sistemelor de ecuații cu derivate parțiale, cazul modele matematice în timp real.

Modelele matematice pentru bare cu comportament vâscoelastic se obțin pornind de la ecuațiile elastodinamicii liniare clasice, cărora, în baza analogiei elasto-vâscoelastice enunțate de Alfrey și Lee, li se aplică transformata Laplace unilaterală în raport cu timpul. În cazul ecuațiilor de mișcare obținute cu ajutorul principiului variațional al lui Hamilton, se aplică aceeași metodă, substituindu-se modulul de elasticitate al lui Young,  $E$ , cu transformata sa Laplace,  $\tilde{E}(s)$ .

În capitolul următor sunt prezentate metode exacte și metode iterative de soluționare a modelelor matematice prezentate pentru elemente cinematice de tip bară dreaptă cu comportament liniar elastic.

Soluționarea acestor modele matematice, în condiții la limită specifice aplicațiilor tehnice, se realizează cu ajutorul transformatelor Laplace și Fourier finite în sinus sau cosinus, care conduc la rezolvarea unor sisteme algebrice având ca necunoscute deplasările în imaginile lor Laplace și Fourier. Prin inversarea transformatelor integrale se obțin câmpurile deplasărilor longitudinale și transversale ale elementelor cinematice de tip bară cu comportament liniar elastic.

Pentru modelele mecanice cu un număr finit de grade de libertate, se aplică transformata Laplace în raport cu timpul sistemului de ecuații diferențiale reprezentând modelul matematic al mișcării, rezultă un sistem algebric având ca necunoscute imaginile Laplace ale deplasărilor, care se rezolvă elementar. Inversând transformata Laplace, rezultă câmpul deplasărilor.

Pentru modelul matematic al primei aproximații pentru vibrații libere, model decuplat, liniar și cu coeficienți constanți, se aplică acestuia transformata Laplace unilaterală în raport cu timpul și apoi primei ecuații i se aplică transformata Fourier finită în cosinus, iar celei de a doua ecuații transformata Fourier finită în sinus. Rezultă sisteme algebrice decuplate, având ca necunoscute deplasările în imagini Laplace și Fourier, în cosinus, respectiv în sinus.

Se ține cont de condițiile la limită care au permis aplicarea celor două transformate Fourier, pentru funcțiile originale și respectiv pentru imaginile lor Laplace. Sunt inversate apoi transformatele Laplace și Fourier și rezultă soluția în prima aproximație  $\{u^{(1)}(x, t)\}$ .

Acum se poate determina într-o primă aproximație vectorul  $[L_1]\{u^{(1)}\}$ , cu  $\{u^{(1)}(x, t)\}$  găsit, care, introdus în ecuația generală inițială, conduce astfel la modelul matematic în a doua aproximație. Rezolvarea acestuia cu ajutorul transformatelor integrale, dă soluția  $\{u^{(2)}(x, t)\}$  în a doua aproximație. Se continuă procesul iterativ, rezultând modelul matematic în aproximația „j”, soluția în aproximația „j”, procesul aproximațiilor succesive continuând până când diferența dintre două soluții consecutive este mai mică decât  $\varepsilon > 0$  și suficient de mic, în funcție de precizia de calcul cerută.

În capitolul 5 sunt prezentate metode exacte și metode iterative de soluționare a modelelor matematice descrise pentru elemente cinematice de tip bară dreaptă cu comportament liniar vâscoelastic.

Soluționarea acestor modele se face aplicând acestora una din transformatele Fourier finite în sinus sau cosinus, după care se rezolvă sistemele algebrice rezultate, determinându-se necunoscutele  $\tilde{u}_i^*(n, s)$  unde  $i = 1, \dots, 3$ , pentru mișcări spațiale și  $i = 1, 2$ , pentru mișcări plane. Inversând transformatele Fourier, se obțin soluțiile în imagini Laplace. Inversând transformatele Laplace cu ajutorul teoremelor de dezvoltare și al metodelor numerice rezultă soluțiile  $u_i(x, t)$ , care dau câmpul deplasărilor longitudinale și transversale.

Capitolul următor prezintă exemple de calcul analitic pentru câmpuri de deplasări ale barelor cu comportament liniar vâscoelastic supuse vibrațiilor libere, cazul bielei liniar vâscoelastice a unui mecanism paralelogram și cazul bielei liniar vâscoelastice a unui mecanism bielă-manivelă, unde sunt aplicate metodele de rezolvare prezentate anterior.

Capitolul 7 tratează subiectul central al tezei. Referitor la barele cu comportament liniar elastic, se cunoaște că starea elastică a unui corp este complet determinată de tensorul tensiunii  $T_\sigma = (\sigma_{ij})$ , tensorul deformații  $T_\varepsilon = (\varepsilon_{ij})$ ,  $i, j = \overline{1,3}$ , și vectorul deplasare  $\bar{u}$ . Aceste trei mărimi:  $T_\sigma$ ,  $T_\varepsilon$  și  $\bar{u}$ , conțin în total 15 necunoscute care sunt funcții de coordonatele spațiale  $x_i$ , în cazul problemelor de elastostatică. Cele 15 necunoscute sunt legate între ele prin 3 grupuri de ecuații independente, în număr total tot de 15:

- Ecuațiile de echilibru:  $\sigma_{ij,j} + f_i = 0$ ;  $i, j = \overline{1,3}$ , unde  $f_i$  sunt proiecțiile pe axele de coordonate ale densității volumice de forțe ale solidului elastic;

- Ecuațiile lui Cauchy (ecuații geometrice):  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ ;  $i, j = \overline{1,3}$ ;

- Legea constitutivă a lui Hooke în cazul corpului elastic izotrop (ecuații fizice):  $\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$ ;  $i, j = \overline{1,3}$ , unde:  $\varepsilon$  - deformația volumică specifică:  $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ ;  $\lambda$ ,

$\mu$  - constantele elastice ale lui Lamé;  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1; i = j; \\ 0; i \neq j; \end{cases}$   $i, j = \overline{1,3}$  - tensorul lui Kronecker.

Rezultă că, în cazul elementelor cinematice liniar elastice supuse la vibrații, determinarea câmpurilor de deplasări în funcție de parametrii cinematici ai mișcării, face posibil calculul componentelor tensorului deformațiilor care apar suplimentar datorită vibrațiilor, apoi calculul componentelor tensorului tensiunilor suplimentare. Poate fi evidențiată astfel influența vibrațiilor asupra stărilor de deformații și tensiuni care apar într-un element cinematic al unui mecanism în timpul funcționării acestuia, obținându-se datele necesare în proiectarea constructivă riguroasă a componentelor mecanismelor de tip bară.

Pentru exemplificare se consideră biela liniar elastică a mecanismului R(RRT), pentru care s-au calculat anterior câmpurile deplasărilor longitudinale și transversale prin metoda iterativă.

În cazul barelor cu comportament liniar vâscoelastic, se cunoaște că solidele liniar vâscoelastice sunt alcătuite din două medii diferite, unul perfect elastic și unul cu proprietăți de fluid vâscos. La aceste corpuri se constată deformări instantanee care cresc limitat sau nelimitat în timp, fenomen numit *fluaj*; și variații ale tensiunilor în corp în raport cu timpul, prin menținerea constantă a deformației și a temperaturii, fenomen numit relaxare.

Solidele vâscoelastice se caracterizează prin capacitatea de a acumula și difuza energia mecanică, ele încadrându-se în clasa corpurilor cu memorie, starea lor de tensiune curentă depinzând de întreaga istorie a deformațiilor suferite.

Sistemul complet de ecuații pentru solidul vâscoelastic se scrie sub forma unor relații similare cu cele de la solidul liniar elastic, cu deosebirea că mărimile care apar sunt funcții de tip distribuție în spațiul distribuțiilor  $D'_+$ , în raport cu  $t \in \mathbb{R}$ , depinzând de parametrul  $r \in \Omega \subset \mathbb{R}^3$  și având discontinuități de speța întâi în origine.

S-a demonstrat că între legile constitutive ale celor două modele de solide există o dependență constând în faptul că imaginile Laplace sau Fourier în distribuții ale legii constitutive a solidului vâscoelastic coincid ca structură matematică cu legea lui Hooke corespunzătoare solidului elastic, variabila complexă "s" a transformatei Laplace având rol de parametru ca și  $r \in \Omega \subset \mathbb{R}^3$ . Acest fapt i-a condus pe Alfrey și Lee la formularea *principiului corespondenței*, care se poate enunța astfel: pentru rezolvarea unei probleme de vâscoelasticitate, se rezolvă problema corespondentă din elastodinamică și se consideră imaginea Laplace a soluției obținute, constantele înlocuindu-se cu imaginile Laplace ale mărimilor corespondente din vâscoelasticitate.

În literatura de specialitate pot fi găsite rezultatele determinărilor unor caracteristici ale materialelor cu comportament vâscoelastic, efectuate în condiții conform standardului SR ISO 178 din 1998 referitor la determinarea caracteristicilor de încovoiere ale materialelor plastice rigide prin metoda de încercare la încovoiere statică, la temperatură standard.

Modulul aparent de elasticitate la încovoiere ca valoare aproximativă a modulului lui Young, necesară în determinarea modulului de elasticitate transversală  $G$  și a modulului de compresibilitate  $K$ , a fost determinat pentru textolit și policlorură de vinil, folosind porțiunea liniară inițială a curbelor sarcină-săgeată. De asemenea, în funcție de tensiunea la încovoiere  $\sigma_0$  la sarcină maximă și panta dreptei care reprezintă zona fluajului stabilizat, a fost determinată constanta  $\eta$  aferentă componente newtoniene a modelului reologic Maxwell. Cu ajutorul constantelor  $G$ ,  $K$  și  $\eta$  astfel determinate poate fi calculată transformata Laplace a modulului lui Young  $\tilde{E}(s)$ .

Având în vedere cele prezentate mai sus, se poate considera că, și în cazul elementelor cinematice vâscoelastice ale mecanismelor, pot fi determinate câmpurile de deplasări în funcție de parametrii cinematici ai mișcării, apoi, în funcție de acestea, pot fi

calculate componentele tensorului deformațiilor specifice, care apar suplimentar datorită vibrațiilor, și ale tensorului tensiunilor suplimentare, evidențiind astfel influența vibrațiilor asupra stărilor de deformații și tensiuni care apar într-un element cinematic al unui mecanism, în timpul funcționării acestuia. Acest fapt face posibilă rezolvarea problemelor de dimensionare corectă a elementelor cinematice, eliminând posibilitatea supradimensionării lor sau a exploatării lor defectuoase.

În cazul bielei mecanismului R(RRT), executată dintr-un material vâscoelastic, pentru care s-au calculat anterior câmpurile deplasărilor longitudinale și transversale prin metoda iterativă, sunt determinate analitic componentele tensorului deformații și ale tensorului tensiuni cu relațiile pentru prima aproximație.

Metodele descrise anterior se aplică în continuare la calculul vibrațiilor bielei unui mecanism bielă-manivelă, pentru cazul când biela este executată din OLC 45, STAS 880-88, sau din policlorură de vinil neplastifiată, PVC-U (EN ISO 12608: 2003).

Policlorura de vinil este astăzi una dintre masele plastice standard, alături de polietilenă (PE), polipropilenă (PP) și polistinel (PS). Obținută din carbon, hidrogen și clor, policlorura de vinil, datorită miscibilității cu diverși aditivi de îmbunătățire a calității, capătă un spectru larg de proprietăți, care determină o bogată paletă de produse specifice.

În paragraful următor sunt calculate cu ajutorul relațiilor din capitolul 4 deplasările datorate vibrațiilor libere în cazul bielei din oțel cu ajutorul programului MATHEMATICA, deplasările longitudinale și transversale,  $u_1(x,t)$  și, respectiv,  $u_2(x,t)$  în prima aproximație, pentru o turație medie de 206.5 rot/min. Se determină variația acestor deplasări pentru un punct aflat la 1/4 din lungimea bielei față de capătul de acționare.

Prin derivarea de două ori în raport cu timpul a deplasărilor de vibrație longitudinale,  $u_1(L/4,t)$ , și transversale,  $u_2(L/4,t)$ , se obțin variațiile accelerațiilor de vibrație în punctul menționat. În maniera descrisă sunt determinate diagramele de variație ale accelerațiilor de vibrație, pentru anumite turații ale arborelui conducător și anumite localizări ale punctului pe biela din oțel, în conformitate cu măsurătorile experimentale efectuate.

Pe baza calculului accelerațiilor de vibrație efectuat cu ajutorul programului Matematica și a diagramele de variație în timp de tipul celor prezentate, au fost determinate valorile accelerațiilor efective de vibrație transversale, pentru toată gama de turații la care s-au făcut determinări experimentale în cazul bielei liniar elastice din oțel.

Se observă că valorile calculate (teoretice) ale accelerațiilor de vibrație pe direcție verticală cresc o dată cu creșterea turației sau a frecvenței de acționare, iar valorile cele mai mari se înregistrează în punctul care se află la 1/4 din lungimea bielei față de capătul de acționare.

În continuare sunt calculate cu programul MATHEMATICA, pentru biela din PVC-U, deplasările longitudinale și transversale,  $u_1(x,t)$  și, respectiv,  $u_2(x,t)$  în prima aproximație, pentru diverse turații cuprinse în gama  $n = 100 \div 285$  rot/min, și se obțin diagramele de variație în timp corespunzătoare. Se determină variația acestor deplasări pentru un punct aflat la 1/4 din lungimea bielei față de capătul de acționare.

Prin derivarea de două ori în raport cu timpul a deplasărilor  $u_1(L/4,t)$  și  $u_2(L/4,t)$ , se obțin variațiile accelerațiilor de vibrație în punctul ales. Pe baza calculului accelerațiilor de vibrație efectuate cu ajutorul programului Mathematica și a diagramele de variație în timp de tipul celor prezentate în acest paragraf au fost determinate valorile accelerațiilor efective de vibrație transversale, pentru toată gama de turații la care s-au făcut determinări experimentale în cazul bielei liniar vâscoelastice din PVC-U, pentru a fi ulterior comparate cu cele obținute experimental.



Se observă că valorile calculate (teoretice) ale accelerațiilor de vibrație pe direcție verticală cresc o dată cu creșterea turației sau a frecvenței de acționare, iar valorile cele mai mari se înregistrează în punctul care se află la  $\frac{1}{4}$  din lungimea bielei față de capătul de acționare la turații mici și în punctul situat la mijlocul bielei pentru turații mai mari.

Pentru a compara deplasările elementelor cinematice liniar elastice supuse vibrațiilor cu cele ale elementelor vâscoelastice, se consideră trei cazuri pentru care se calculează și se reprezintă deplasările transversal-verticale, în cazul bielei liniar elastice din oțel și în cazul bielei vâscoelastice din PVC-U, respectiv, pentru o turație minimă a elementului conducător, o turație medie și una maximă. Nu se calculează și deplasările longitudinale deoarece acestea sunt neglijabile, de ordinul  $10^{-10} \div 10^{-7}$ . Pentru ambele biele se calculează valorile eficace sau efective ale deplasărilor  $u_2(L/2,t)$ , în vederea comparării lor. Se observă că valorile calculate (teoretice) ale deplasării transversal-verticale de vibrație sunt mai mari în cazul bielei vâscoelastice din PVC-U.

Dacă, totuși, în cazul utilizării materialelor liniar vâscoelastice sunt impuse deplasări transversale de vibrație care să nu le depășească pe cele ale materialelor metalice liniar elastice, această lucră se poate obține măbind dimensiunile secțiunii transversale ale bielei.

În condiții de rigiditate comparabile, materialele cu comportament vâscoelastic sunt mai avantajoase, atât din punct de vedere al costurilor, cât și pentru că ele au mase specifice mult mai mici în raport cu materialele metalice, motiv pentru care forțele și momentele de inerție sunt mai mici.

Determinarea stărilor de deformații și de tensiuni datorate vibrațiilor libere pentru biela mecanismului descris în paragraful 8.1, se face cu ajutorul relațiilor din capitolul 7, valabile pentru prima aproximație, mai întâi pentru biela din oțel și apoi pentru cea din policlorură de vinil neplastifiată. Pe baza deplasărilor liniar elastice longitudinale și transversale,  $u_1(x,t)$  și, respectiv,  $u_2(x,t)$ , pentru prima aproximație, se calculează cu programul MATHEMATICA elementele tensorilor deformații și tensiuni și se trasează diagramele de variație în timp corespunzătoare pentru turațiile din cele trei cazuri tratate în paragraful anterior.

De asemenea, s-a calculat și s-au trasat diagramele de variație în timp ale elementelor tensorilor deformații și tensiuni în punctul aflat la distanța de  $\frac{1}{4}$  din lungimea bielei față de capătul de acționare.

Se observă că, în cazul ambelor biele, elementele celor doi tensori au o evoluție crescătoare, o dată cu creșterea turației la elementul conducător. De asemenea, se observă că elementele celor doi tensori înregistrează valori minime la mijlocul lungimii bielei, cu excepția componentei  $\varepsilon_{11}$ , care, în această zonă, are valori maxime (nesemnificative, de ordinul  $10^{-8}$ ).

Pentru compararea stărilor de deformații și de tensiuni ale bielei cu comportament liniar elastic, supuse vibrațiilor libere, cu cele ale bielei vâscoelastice, au fost determinate mai întâi valorile efective ale elementelor celor doi tensori, ale căror diagrame de variație în timp au fost prezentate în paragrafele anterioare, corespunzătoare punctului aflat la  $\frac{1}{4}$  din lungimea bielei față de capătul de acționare. Folosind teoria a V-a a rezistenței materialelor, teorie recomandată pentru domeniul elasto-plastic, s-a determinat efortul unitar echivalent  $\sigma_{ech}$  în funcție de valorile efective ale tensiunilor principale  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$ .

Referitor la deformațiile specifice, se observă că ele sunt mai mari în cazul bielei din PVC-U față de cea din oțel, de aproximativ 4 ori mai mari la frecvența cea mai mică și de circa 5 - 7 ori la frecvența cea mai mare, fapt care se explică prin rigiditatea mai scăzută a materialului vâscoelastic.

Elementele tensorului tensiuni sunt mai mari în cazul bielei din oțel față de cea din PVC-U. Efortul unitar echivalent este de 16 - 17 ori mai mare în cazul bielei din oțel față de cea din PVC-U, la frecvența cea mai mică, și de circa 9 ori la frecvența cea mai mare, datorită forțelor de inerție mai mari care apar în mecanism, când biela este dintr-un material cu greutate specifică mai mare.

Pentru efectuarea analizei modale a mecanismului au fost mai întâi modelate elementele ce compun mecanismul bielă manivelă în mediul de proiectare SOLIDWORKS, apoi a fost modelat ansamblul mecanismului, după care s-a trecut efectuarea analizei modale pentru bielă cu ajutorul modulului "visualNASTRAN INSIDE SOLIDWORKS", aplicație destinată modelării numerice cu element finit, utilizată în proiectarea integrată. Modulul "visualNASTRAN INSIDE" asociat programului SOLIDWORKS permite utilizarea tehnologiilor de analiză cu element finit de ultimă oră și folosirea capabilităților programului MSC/NASTRAN pentru a simula automat comportarea pieselor și ansamblelor modelate în SOLIDWORKS. Rezultatele analizei modale sunt prezentate în teză în anexe, pentru biela din OLC 45 și pentru biela din PVC-U, pentru frecvența de acționare  $f = 4.321$  Hz.

Datele prezentate de analiza modală confirmă concluziile paragrafului 8.7, adică:

- referitor la deplasările nodurilor rețelei de elemente finite, se observă că valoarea maximă a acestor deplasări este mai mare în cazul bielei din PVC-U față de cea din oțel, de aproximativ 6 ori la frecvența cea mai mare, fapt care se explică prin rigiditatea mai scăzută a materialului vâscoelastic;

- efortul unitar echivalent este de circa 9 ori mai mare în cazul bielei din oțel față de cea din PVC-U, la frecvența cea mai mare, datorită forțelor de inerție mai mari care apar în mecanism, când biela este dintr-un material cu greutate specifică mai mare.

Scopul experimentărilor a fost de a verifica influența vibrațiilor asupra dinamicii bielei unui mecanism R(RRT) și a evidenția diferențele care apar în cazul unei biele cu comportament liniar elastic față de o bielă cu comportament liniar vâscoelastic.

Pentru acesta a fost realizat un montaj experimental și au fost determinate accelerațiile transversale verticale în trei puncte particulare ale bielei (atât ale bielei cu comportament liniar elastic, cât și ale bielei cu comportament liniar vâscoelastic).

Aparatura utilizată pentru determinarea experimentală a răspunsului dinamic este compusă din:

- Sistem de achiziție SPIDER 8
- Amplificator de sarcină Bruel & Kjaer tip 2635;
- Amplificator de sarcină Robotron tip M1300;
- Accelerometre Bruel & Kjaer tip 4382;
- Traductor inductiv de cursă liniară WA300.

A fost realizat un sistem mecanic bielă-manivelă, în care s-a montat succesiv biela de dimensiuni 11x11x1000, confecționată din două tipuri de materiale, OLC 45-STAS 880-88 și PVC-U (poli-clorură de vinil neplastifiată EN ISO 12608: 2003), și a fost determinat răspunsul vibratoriu al bielei la acționări cu turație variabilă în domeniul 1,5 ... 5 Hz.

Încercările au fost efectuate în cadrul Laboratorului de Organe de Mașini al Facultății de Mecanică din Craiova. Pentru antrenare s-a folosit un motor cu variator de turație, iar antrenarea s-a făcut cu curea trapezoidală. Mecanismul a fost fixat pe o masă cu canale T, așezată pe un batiu rigid, pe care a fost fixat și motorul de acționare, pentru a face standul cât mai rigid, în vederea eliminării apariției altor tipuri de vibrații. Înregistrările au fost efectuate cu o frecvență de eșantionare de 4800 eșantioane/secundă, pe o durată de 35 ... 40 s.

Sub mediul de programare TestPoint, a fost realizat un program "PreExp" pentru determinarea răspunsului vibratoriu al bielei în domeniile timp și frecvență.

**Concluzii:**

- Erorile care apar între valorile teoretice ale accelerației de vibrație transversal-verticale obținute în urma rezolvării modelului matematic și valorile obținute experimental sunt de cel mult 9.3%.

- Analiza spectrală a evidențiat următoarele:

1. În punctul de acționare, bieele din oțel și din PVC-U au un comportament asemănător.

Compoziția spectrală este asemănătoare. Mici diferențe apar la frecvențe de acționare superioare. La tija din oțel apar componente spectrale de frecvență superioară și se manifestă armonica de ordinul 2. La biela din PVC, componentele spectrale de frecvență superioară sunt reduse și, pe lângă fundamentală, se manifestă armonica de ordinul 1.

2. În punctul de măsurare de la mijlocul bielei se manifestă diferențe între cele două tipuri de biele. La biela din oțel apar componente spectrale de frecvență superioară și sunt amplificate armonicele pare 2 și 4. La biela din PVC componentele spectrale de frecvență superioară sunt reduse și, pe lângă fundamentală, se manifestă prioritar armonica de ordinul 1. Comparativ cu biela din oțel, fundamentală și armonica 1 au amplitudine mai mare, conducând vibrații de valoare eficace (RMS) mai mari. La ambele biele oscilațiile pe direcția orizontal-transversală respectă observațiile menționate, cu specificarea că sunt de amplitudine mult mai mică.

3. În punctul de măsurare  $\frac{3}{4}$ , dinspre capătul de translație, ambele biele prezintă o compoziție spectrală relativ asemănătoare.

- S-a observat că elementele tensorilor deformații și tensiuni au o evoluție crescătoare, o dată cu creșterea turației la elementul conducător;

- Deformațiile sunt mai mari în cazul bielei din PVC-U față de cea din oțel, fapt ce se explică prin rigiditatea mai scăzută a materialului vâscoelastic;

- Elementele tensorului tensiuni sunt mult mai mari în cazul bielei din oțel față de cea din PVC-U, datorită forțelor de inerție mai mari care apar în mecanism, când biela este dintr-un material cu greutate specifică mai mare.

- Lucrarea evidențiază astfel influența parametrilor cinematici asupra câmpurilor de deplasări de vibrație și, implicit, asupra stărilor de tensiuni și deformații suplimentare care apar datorită vibrațiilor, în cazul elementelor cinematice de tip bară, executate din materiale elastice sau vâscoelastice.

Direcțiile de cercetare ulterioare sunt date de:

- încercări experimentale pentru elemente cinematice vâscoelastice la turații superioare celor folosite;

- studiul răspunsului elementului vâscoelastic la aplicarea unor forțe tehnologice în comparație cu răspunsul elementului elastic, în aceleași condiții de precizie de funcționare impusă;

- studiul răspunsului elementului vâscoelastic de tip bară dreaptă cu secțiune variabilă, aflat în mișcare plană sau spațială;

- folosirea unor programe mai performante în rezolvarea modelului matematic, pentru evitarea aproximărilor;

- elaborarea unor modele matematice pentru vibrațiile barelor curbe cu comportament vâscoelastic, aflate în mișcare plană sau spațială, și determinarea metodelor de soluționare a acestora;

- soluționarea pe cale analitică a unor exemple de calcul care folosesc condiții la limită altele decât în cazul barelor dublu articulate;

- determinarea stărilor de tensiuni și deformații în funcție de câmpurile deplasărilor longitudinale și transversale, ca urmare a vibrațiilor barelor drepte sau curbe, cu comportament vâscoelastic, elemente constitutive ale unor mecanisme spațiale.

Perfecționarea metodelor de rezolvare a modelelor matematice pentru elemente cinematice vâscoelastice va conduce la determinarea modurilor de vibrații ale barelor liniar vâscoelastice și va permite observarea comportării lor în funcționare.

Câmpurile de deplasări determinate din ce în ce mai precis și în cazul elementelor cinematice vâscoelastice vor constitui suportul determinării ulterioare a stărilor de tensiuni și deformații, utile în proiectarea mecanismelor întâlnite în construcția de mașini. Astfel se vor deschide noi direcții de cercetare în domeniul dinamicii solidelor reologice.